

« Propriétés et évolution des galaxies »

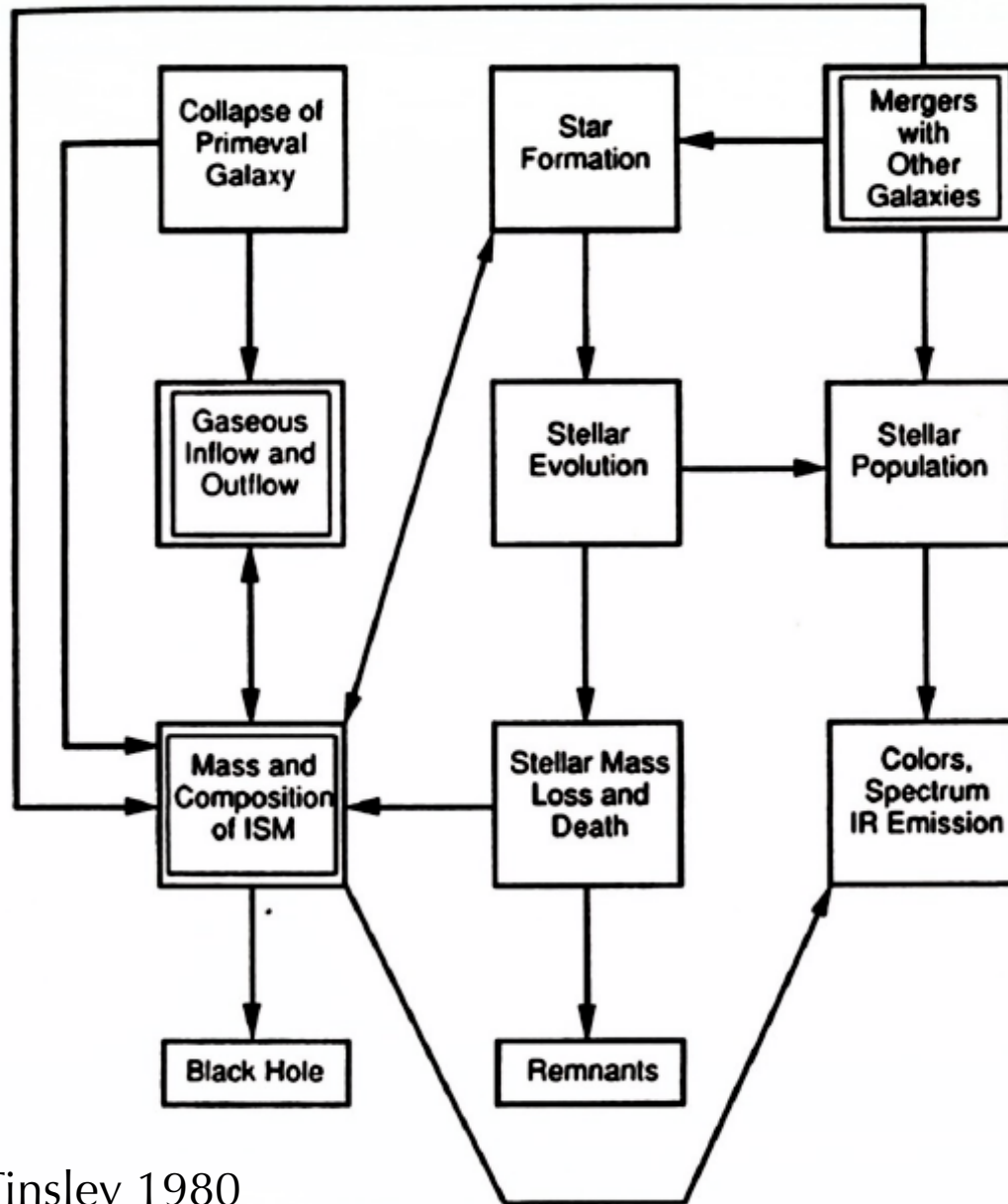
David Elbaz (delbaz@cea.fr)

Service d'Astrophysique - CEA Saclay
Tel: 01 69 08 54 39

Formation d'étoiles: modélisation

Master Recherche M2 Astronomie & Astrophysique
Enseignement thématique des parcours M2 – Galaxies
http://david.elbaz3.free.fr/master_m2

1 Evolution chimique des galaxies: les principes



Paramètres fondamentaux:

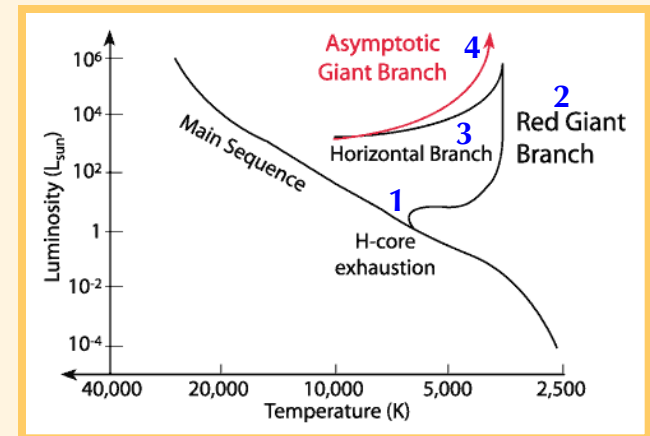
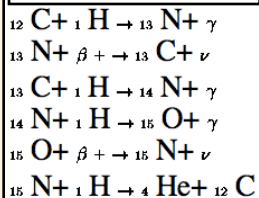
- mécanismes d'éjection (vents stellaires, supernovae)
- mélange avec le gaz interstellaire
- interaction avec l'environnement (accrétion/éjection= infall ou inflow/outflow ou galactic wind)
- production en éléments lourds des étoiles= "yield"
- Taux de formation d'étoiles (SFR= star formation rate)
- durée de vie des étoiles= $\tau(M^*)$
- distribution en masse des étoiles au moment de leur naissance (IMF= initial mass function)

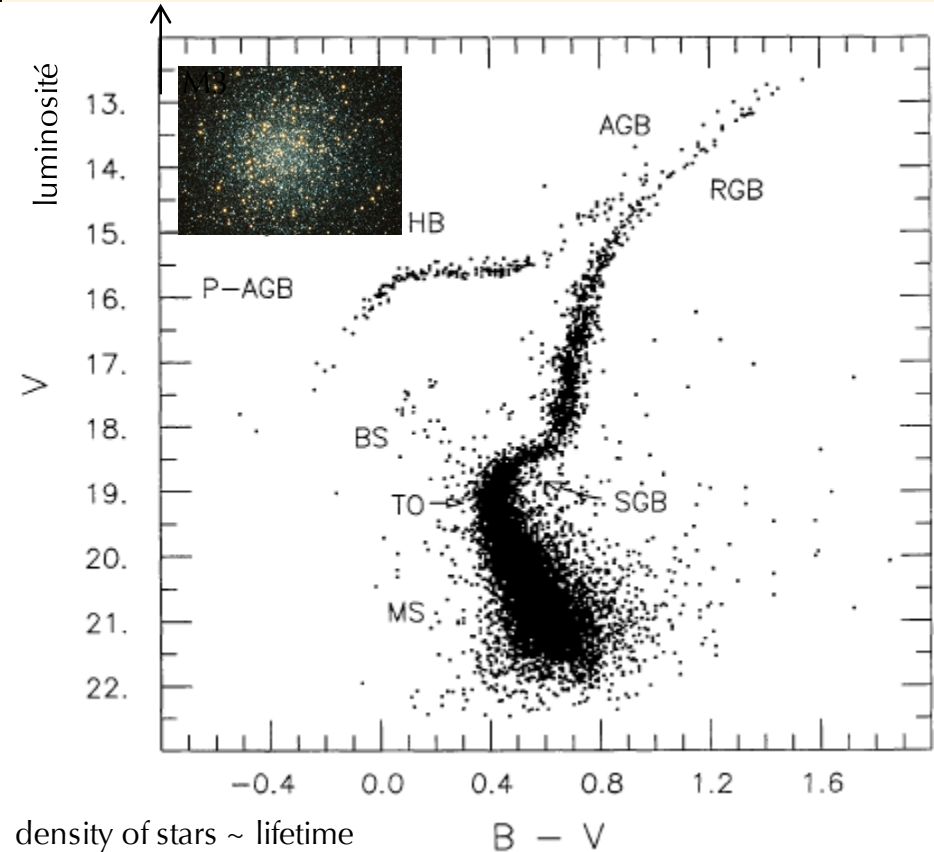
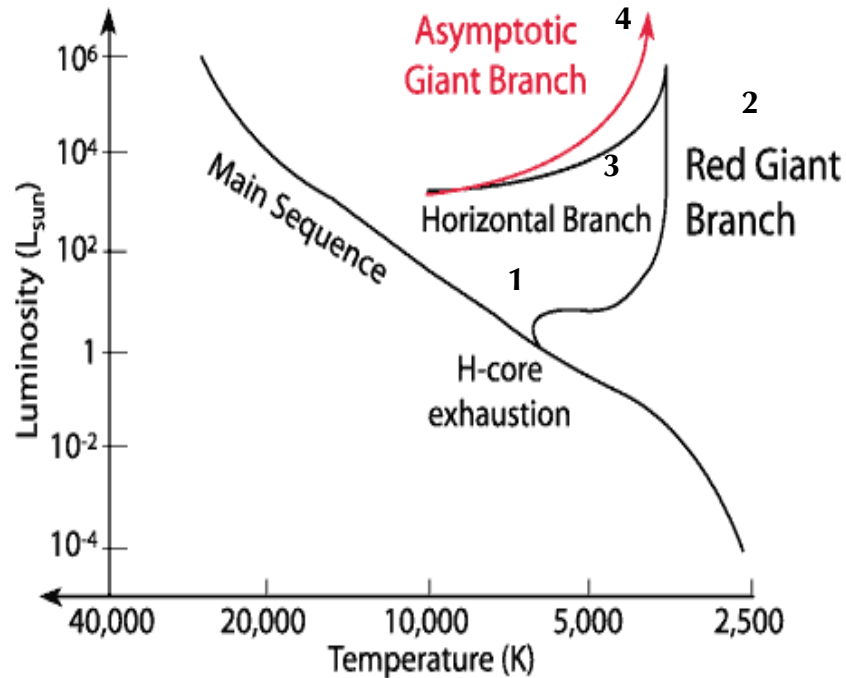
Evolution of post main sequence stars

1. On the exhaustion of core hydrogen, the core contracts and the temperature just outside the core is sufficiently high for shell hydrogen burning to start= CNO cycle
2. The star moves off the main sequence and on to the red giant branch (RGB). The stellar radius increases to typically 100 solar radii and the products of stellar nucleosynthesis (primarily He and N, as products of the CNO cycle) begin to appear at the stellar surface.
3. As the core mass increases, the core temperature rises until the onset of core helium burning. In the lower mass stars, this can occur in a violent process known as the helium flash (Zeilik et al. 1992). The star now leaves the RGB and settles on the horizontal branch (HB), in a relatively stable He-burning phase.
4. When the core helium is exhausted, the core contracts and the star becomes cooler, once again moving to the right on the HR diagram. The star is now on the asymptotic giant branch (AGB). Shell hydrogen burning persists and shell helium burning commences. The energy production of this shell is large, causing renewed expansion (Becker & Iben 1979). The helium shell is wholly converted to carbon, and shell hydrogen burning almost stops.
5. The majority of low and intermediate mass stars ($M \sim 1-8M_{\odot}$) are believed to pass through a post-asymptotic giant branch (PAGB) stage on their way to becoming planetary nebulae (PNe).
6. The Envelope of the star is only loosely bound because the AGB star has a large radius. During the shell flashes the envelope is subjected to bursts of photons and energy. With some complications glossed over, the envelope and as much as 50% of the stellar mass is detached from the star and expelled into space leaving the AGB star very hot core exposed.

This is called a Planetary Nebula.

CNO-cycle



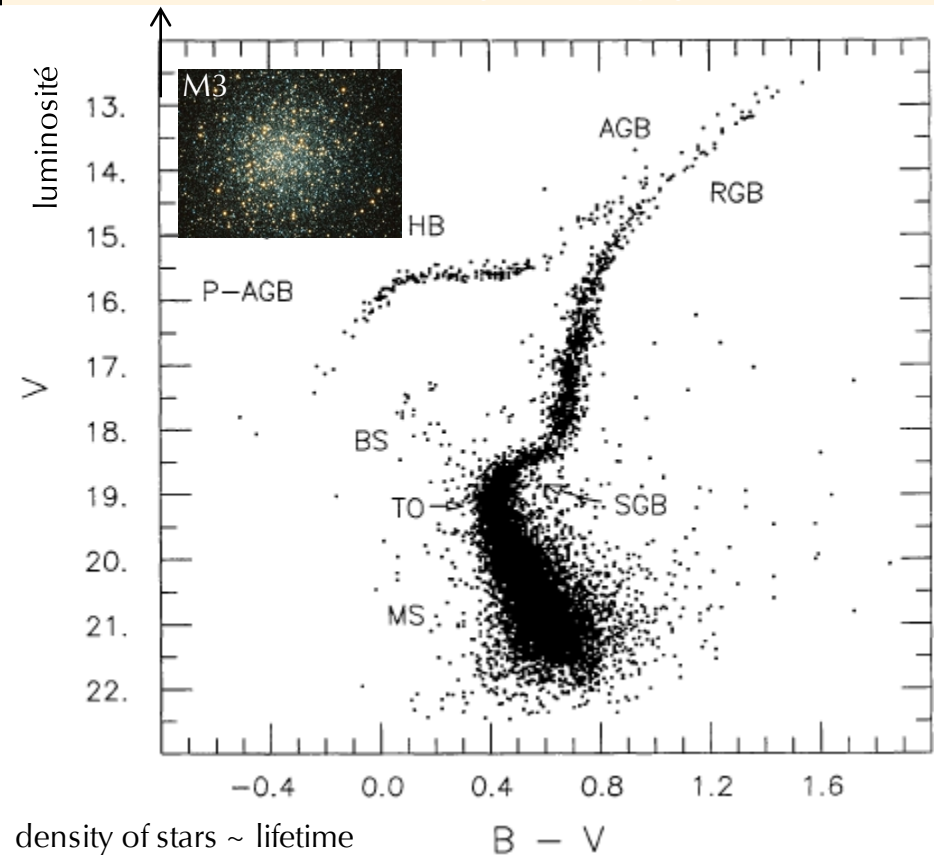


- Etoiles de $0.4-10 M_{\odot}$:
- Epuisement de l'H dans le cœur de l'étoile
 - il se contracte et sa température croît
 - les parties externes s'étendent, refroidissent.
 - La luminosité de l'* augmente, elle devient une géante rouge (RGB= red giant branch).
 - $T(\text{centre}) = 3 \times 10^8 \text{K} \Rightarrow$ combustion de l'Hélium: la température augmente et l'étoile passe vers la gauche (côté bleu) du diagramme HR= horizontal branch.
 - Epuisement de l'hélium dans le cœur, l'* monte vers le haut-droit du diagramme HR, parallèlement à la RGB, d'où le nom de AGB (Asymptotic Giant Branch)

Main-sequence lifetime of stars:

$$\tau_{\text{MS}} \approx 10 \text{ Gyr} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{-2.5}$$

→ Stars more **massive** than $1.25 M_{\odot}$ live less than 5 Gyrs.



density of stars ~ lifetime

Etoiles de $0.4-10 M_{\odot}$:

Epuisement de l'H dans le cœur de l'étoile

→ il se contracte et sa température croît

→ les parties externes s'étendent, refroidissent.

→ La luminosité de l'* augmente, elle devient une géante rouge (RGB= red giant branch).

→ $T(\text{centre}) = 3 \times 10^8 \text{ K} \Rightarrow$ combustion de l'Hélium: la température augmente et l'étoile passe vers la gauche (côté bleu) du diagramme HR= horizontal branch.

→ Epuisement de l'hélium dans le cœur, l'* monte vers le haut-droit du diagramme HR, parallèlement à la RGB, d'où le nom de AGB (Asymptotic Giant Branch)

Durée de vie - luminosité des étoiles

$M_{\text{init.}}$ ($M_{\odot}$)	On zero-age main sequence (ZAMS):					τ_{ms}	τ_{tot}
	$\log L/L_{\odot}$	T_{eff} (10^3K)	Sp	M_V	$B - V$	Myr or Gyr ^a	Myr or Gyr ^b
120	6.2	53(59)				3.0(2.9)	3.9(3.2)
60	5.7	48(52)				3.5(3.9)	4.0(4.3)
40	5.4	44(48)	O5	−5.6	−0.32	4.4(5.1)	5.0(5.5)
20	4.6	35(39)	O8	−5.0	−0.31	8.2(9.4)	9.0(10.2)
12	4.0	28(32)	B0.5	−4.0	−0.28	16(18)	18(20)
7	3.3	21(25)	B2	−1.5	−0.22	43(45)	48(50)
5	2.8	17(21)	B4	−0.8	−0.19	94(88)	107(100)
3	1.9(2.1)	12.2(16.1)	B7	−0.2	−0.12	350(290)	440(340)
2	1.2(1.4)	9.1(12.2)	A2	1.4	0.05	1.16(.86)	1.36(1.03)
1.5	.68(.92)	7.1(9.6)	F3	3.0	0.40	2.7(1.84)	(2.0)
1.0	−.16(.15)	5.64(6.71)	G5	5.2	0.65	10.0(7.3)	
0.9	−.39(−.07)	5.30(6.31)	K0	5.9	0.89	15.5(10.7)	
0.8	−.61(−.31)	4.86(5.86)	K2	6.4	0.94	25(15)	

^a Time to end of core H burning.

^b Time to end of C or He burning.

Sources: Schaller *et al.* (1992); Meynet *et al.* (1994); Tinsley (1980); Allen (1973).

Etoiles sur la séquence principale: combustion H-> He

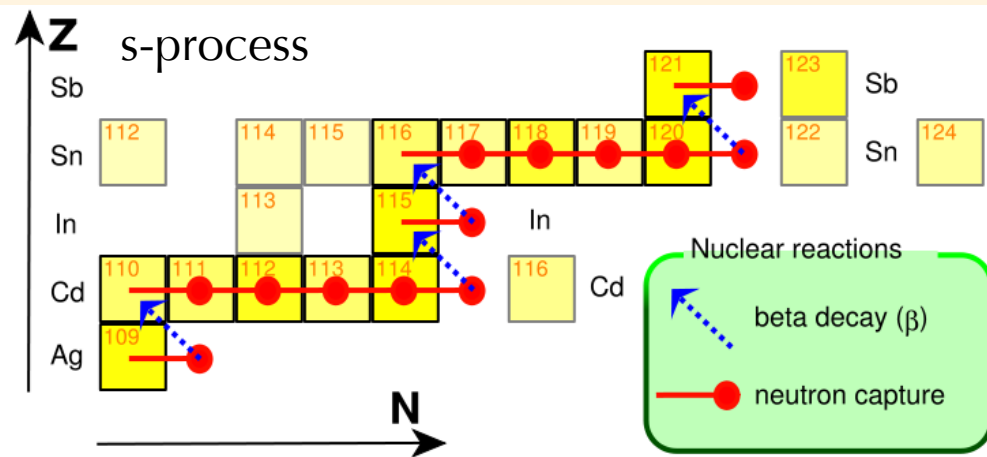
ZAMS: zero-age main sequence

Table issue de Pagel (1993)

Formation des éléments plus lourds que N

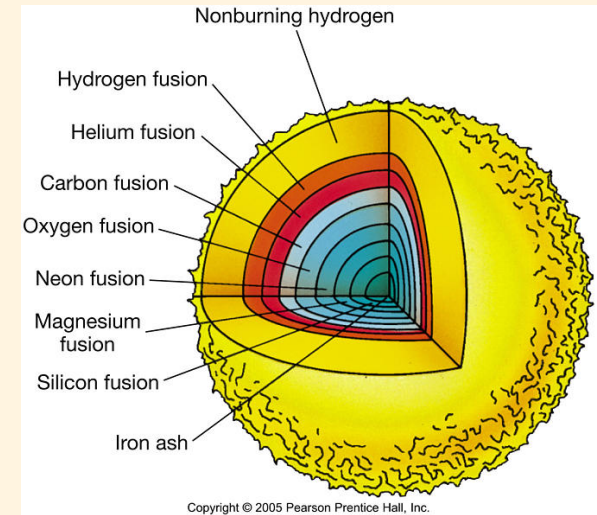
Place of Production	Elements	Mechanism of Emission into the ISM
CNO-shell-burning of H in <i>red giants</i> : $1M_{\odot} < M_{*} < 2M_{\odot}$	^{14}N , He s-process-elements timescale $\geq 10^8 \text{ yrs}$	convective transport to the star surface, injection into the <i>wind</i> , ^{14}N secondary, not in the first generation
incomplete He-burning ($3\alpha \rightarrow \text{C}$) in <i>AGB stars</i> : $2M_{\odot} \leq M_{*} \leq 8M_{\odot}$	^{12}C , O, He, s-process, little N timescale $\sim 10^8 \text{ yrs}$	during thermal pulses in AGB phase, mixing and outward transport of C, emission (C-stars, LBVs, Miras $\rightarrow$ PN)
<i>SN II</i> burning of heavier elements $10M_{\odot} \leq M_{*} \leq 40M_{\odot}$	O, Ne, Mg, Si, S, Ca, r-process, little Fe ($\sim 0.1M_{\odot}$) timescale $\sim 10^7 \text{ yrs}$	C-, O-, Ne-, Si-burning in shells, He, C, Ne, N partially by wind, majority by <i>SN II</i> -explosion
<i>SN Ia</i> CO-white dwarfs in binaries accrete $10^{-7} M_{\odot}/\text{yr}$ from giant; or: merging of two white dwarfs (less likely)	mostly Fe-group ($\leq 1M_{\odot}$) little Mg, Si, S, Ar, Ca timescale $\simeq 10^8 \text{ yrs}$	transformation of accreted H, He into C, O by H-, He-flashes having reached the Chandrasekhar limit ($1.4M_{\odot}$): initiation of C-burning in core $\rightarrow$ outward expansion of subsonic burn-zone $\rightarrow$ destruction of WD by SN-explosion

- s-process: "slow neutron capture process". Capture neutronique lente (plusieurs milliers d'années). Processus de nucléosynthèse stellaire qui se produit à faible densité de neutrons et à des températures stellaires intermédiaires, principalement dans les phases AGB. Augmente la masse des noyaux dans la vallée de stabilité par capture de neutrons suivie de radioactivité β : $n \rightarrow p + e^{-} + \bar{\nu}$ (hors noyau la durée de vie du neutron est de 886.8 secondes, i.e. 14.8 minutes)
- r-process= capture rapide de neutrons, se produit au cours de l'explosion de supernovae (haute densité, 10^{22} neutrons $\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}$, température) $\rightarrow$ noyaux instables puis décroissance β .



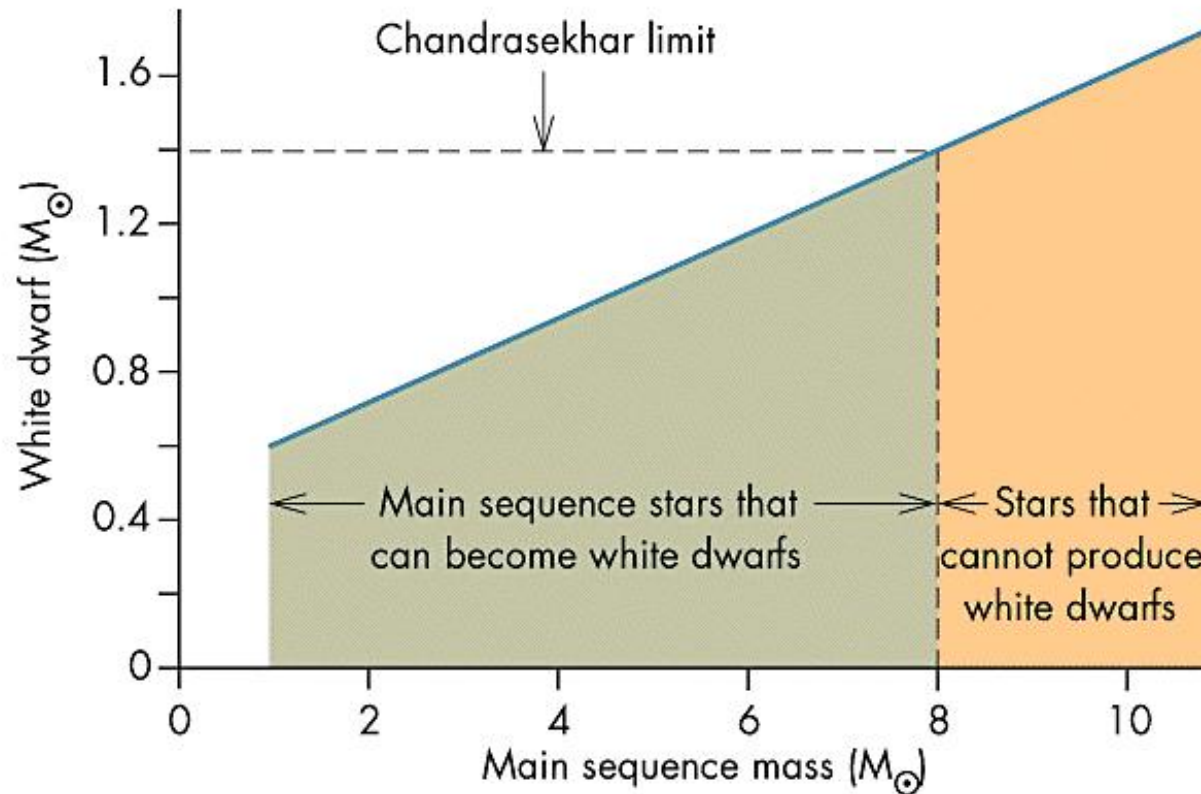
Les 3 domaines de masses des étoiles

Etoiles massives ($m \geq 8 M_{\odot}$): traversent toutes les combustions nucléaires jusqu'au Fe. Terminent leur vie en supernova de type II (ou Ib), suivie par la formation d'une étoile à neutrons ou un trou noir.



- Etoiles de masses intermédiaires ($1.9 \leq m/M_{\odot} \leq 8$): $1.9 M_{\odot}$ est la masse minimale pour la combustion de l'He non dégénérée. Après avoir épuisé le cœur d'He, la combustion de l'He se propage dans une coquille qui s'étend et provoque l'extinction de celle d'H. Cela constitue le début de la phase AGB, puis la combustion de l'H reprend et la compétition avec celle d'He produit des pulsations thermiques en phase AGB (indicateurs de distance type Céphéïdes). Puis ces étoiles perdent leur enveloppe et terminent leur vie en naines blanches.
- Etoiles de petite masse ($0.08-0.1 \leq m/M_{\odot} < 1.9$): combustion dégénérée de l'He avec flash (He-flash) au sommet de la phase RGB (red giant branch), puis terminent leur existence comme les masses intermédiaires.

Restes stellaires et limite de Chandrasekhar



- $M(\text{reste}) > 1.4 M_{\odot}$, la pression des e^{-} dégénérés ne résiste pas à la gravité et donc pas de naine blanche formée, mais étoile à neutrons ou trou noir.
- Cette masse limite est la limite de **Chandrasekhar**.
- $M(\text{étoile MS}) > 10 M_{\odot}$, le reste stellaire laissé par la SNII ($\sim 3 M_{\odot}$) est trop massif pour devenir une étoile à neutrons, $\rightarrow$ trou noir.
- $M(\text{étoile MS}) > 25 M_{\odot}$, pas de reste stellaire.

Métallicité

Notations: les fractions en masse des éléments sont: dans le voisinage solaire

Hydrogène (H): $X = M(\text{H})/M_{\text{tot}} = 0.70$

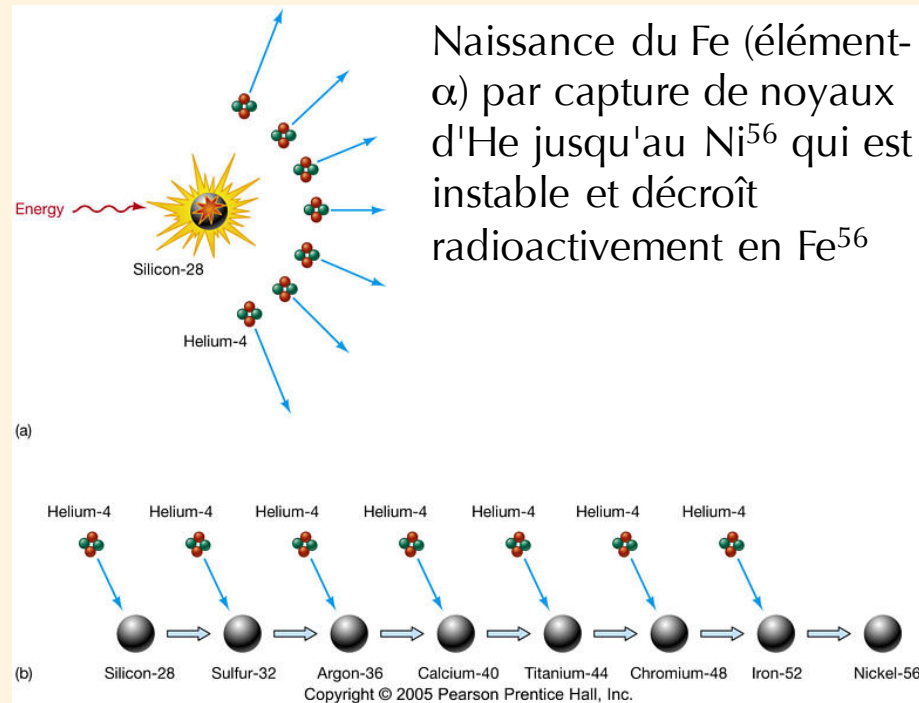
Hélium (He): $Y = M(\text{He})/M_{\text{tot}} = 0.28$

Éléments lourds: $Z = M(\text{éléments lourds})/M_{\text{tot}} = 0.02$

Z = métallicité

Rapport d'abondances entre Mg et Fe: $[\text{Mg}/\text{Fe}] = [X_{\text{Mg}}/X_{\text{Fe}}] = \log \frac{\rho_{\text{Mg}}/\rho_{\text{Mg},\odot}}{\rho_{\text{Fe}}/\rho_{\text{Fe},\odot}}$

pour une région de métallicité solaire, ce rapport est égal à 0 (à cause du logarithme).



Eléments produits par les supernovae de type Ia (SNIa)

Species	Mass/ $M_{\odot}$	$[X_i/X_{56}]^a$
^{24}Mg	.09	-1.1
^{28}Si	.16	-0.3
^{32}S	.08	-0.4
^{36}Ar	.02	-0.3
^{40}Ca	.04	0.1
^{54}Fe	.14	0.6
^{56}Fe	.61	0.0
^{58}Ni	.06	0.4
Cr-Ni	.86	

Les SNIa explosent ≥ 0.1 Gyr après la naissance de leurs étoiles progénitrices

^a Logarithmic element: ^{56}Fe ratio relative to solar.

Source: Nomoto *et al.* (1984), model W7; cf. also Thielemann *et al.* (1986).

Les supernovae de type Ia (SNIa) sont des binaires qui terminent leur vie par une explosion. La modélisation de leur taux est compliquée car elle suppose de comprendre la fraction d'étoiles qui se combinent en binaires dans les conditions requises pour produire une SNIa. 1 SNIa produit $\sim 0.6 M_{\odot}$ de Fe^{56} qui résulte de la décroissance radioactive du Ni $\rightarrow$ Co $\rightarrow$ Fe responsable de la lumière de la SNIa.

Eléments produits par les supernovae de type II (SNII)

M_{init}	M_{fin}^a	M_{α}^b	M_{CO}^c	He	C	O	Z
120	81	81	59	9.8	0.88	35	42
85	62	62	38	8.1	0.72	23	27
60	47	28	25	6.0	0.70	14	17
40	38	17	14	4.2	0.55	6.8	10
25	25	9	7	3.5	0.40	2.4	4.4
20	19	7	5	2.1	0.30	1.3	2.9
15	15	5	3	1.6	0.20	0.46	1.5
12	12	4	2	1.4	0.10	0.15	0.8
9	9	3	2	1.0	0.06	0.004	0.3
5	5	1	1	0.45			
3	3			0.09			

^a Final mass at end of carbon burning (or helium burning for lower masses).

^b Mass of He core at end of carbon or helium burning.

^c Mass of CO core at end of carbon or helium burning.

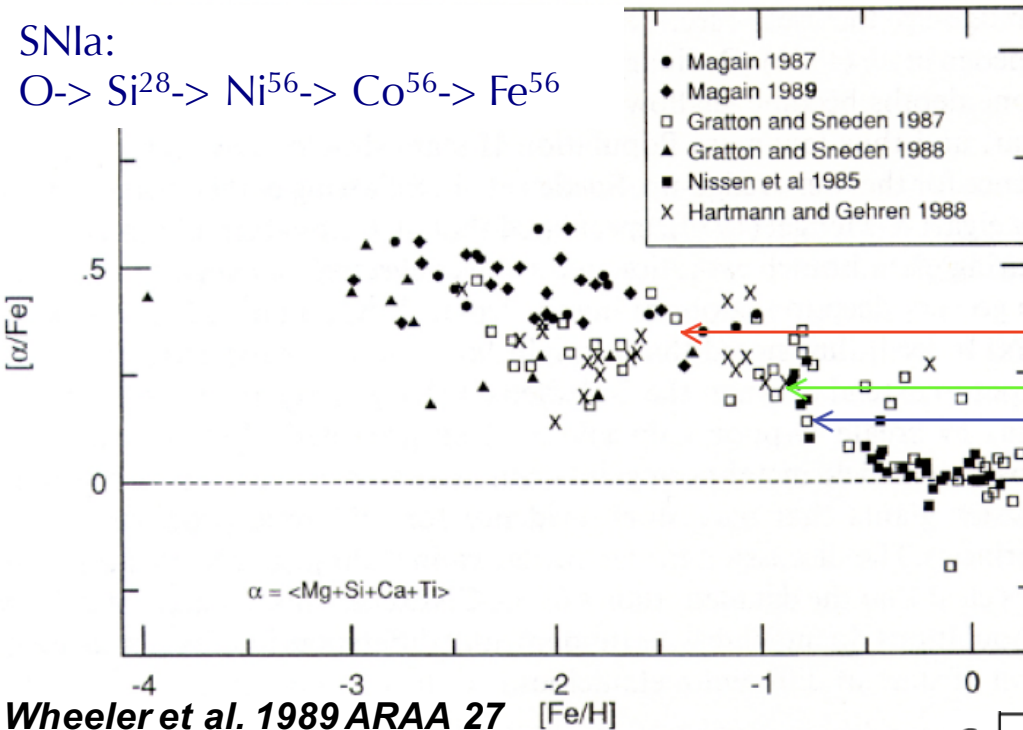
Source: Maeder (1992) for the case $Z = 0.001$, $Y = 0.24$.

Les supernovae de type II (SNII) sont des étoiles plus massives que $8 M_{\odot}$ qui terminent leur vie par une explosion. 1 SNII produit $\sim 0.07 M_{\odot}$ de Fe^{56} .

Les rapports d'abondance et leur signification

SN Ia:

O → Si²⁸ → Ni⁵⁶ → Co⁵⁶ → Fe⁵⁶



$[\alpha/\text{O}]$ = logarithm of the ratio of density of alpha elements (Mg, Si, Ca, Ti) and density of Fe relative to this ratio in the sun:

$$[\alpha/\text{Fe}] = \log \frac{\rho_\alpha / \rho_{\text{Fe}}}{\rho_{\alpha, \odot} / \rho_{\text{Fe}, \odot}}$$

$$\tau_{\text{MS}} \approx 10 \text{ Gyr} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{-2.5}$$

Wheeler et al. 1989 ARAA 27

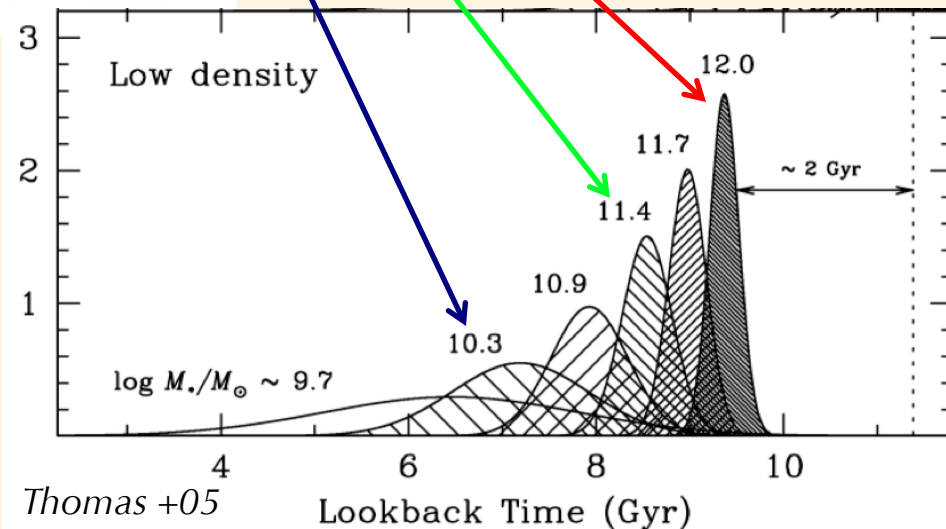
SN II = core collapse SN

progenitors : $> 8-10 M_\odot$, lifetime = 3-20 Myr

SN Ia = thermonuclear explosion of accreting C-O white dwarfs when WD mass Chandra.

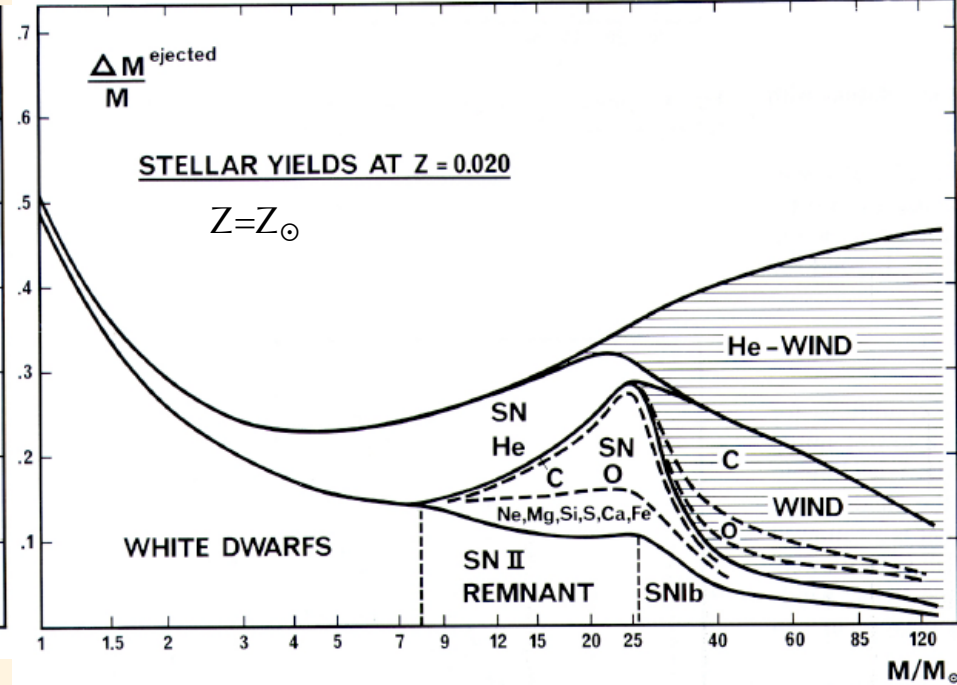
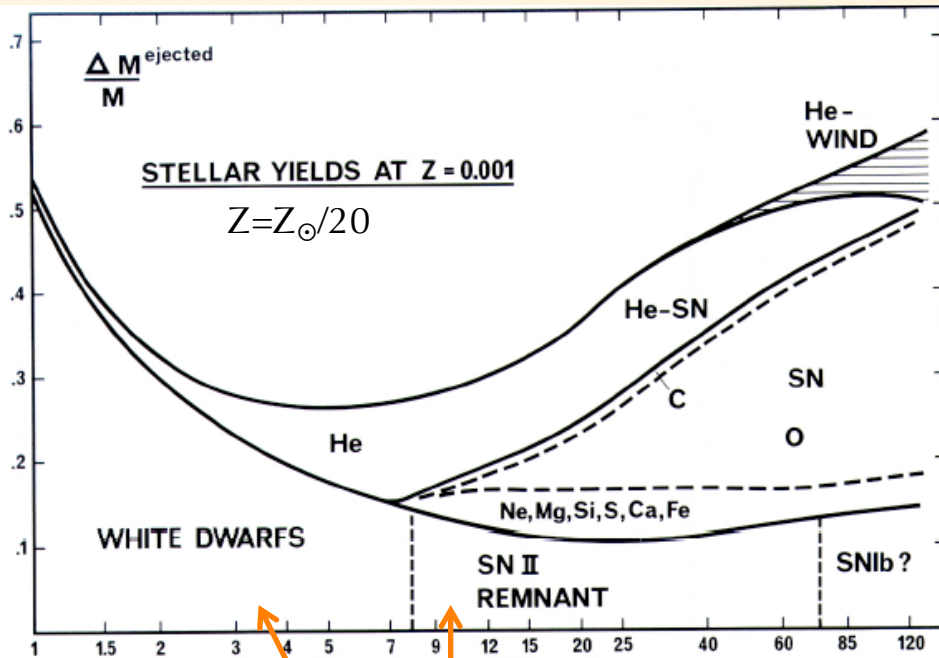
limit ($> 1.4 M_\odot \Rightarrow > e^-$ degeneracy pressure)

progenitors : $3-8 M_\odot$, lifetime = 20-450 Myr



Dépendance des vents et éjecta de SNII avec la métallicité

%M



%M des restes stellaires

Maeder (1992, A&A 264, 105)

Fonction de masse initiale (IMF) et taux de formation d'étoiles (SFR)

IMF (initial mass function)= distribution relatives des différentes masses stellaires au moment de leur naissance :

$$\text{IMF} = \phi(m) = \frac{dN}{dm}$$

L'IMF donne le nombre d'étoiles par intervalle de masses stellaires $[m, m+dm]$ et par masse totale d'étoiles formées.

Pour la distribution en masse par intervalle de masses stellaires, on utilise aussi:

$$\xi(m) = \frac{dN}{d \ln(m)} = m \frac{dN}{dm}$$

Normalisation de l'IMF:

$$\int_{m_{\text{low}}}^{m_{\text{up}}} m \phi(m) dm = \int_{m_{\text{low}}}^{m_{\text{up}}} \xi(m) dm = 1$$

Les valeurs typiques des bornes sont: $m_{\text{low}}=0.1 M_{\odot}$ et $m_{\text{up}}=100 M_{\odot}$

Le taux de formation d'étoiles (SFR, star formation rate) est la masse d'étoiles formées par unité de temps par la galaxie.

$$\Psi(t) = \frac{dM_{\star}}{dt} = - \frac{dM_{\text{gaz}}}{dt}$$

Dans le voisinage solaire : $\Psi'_{\odot} \simeq 3 \frac{M_{\odot}}{\text{pc}^3 \text{ Gyr}}$

Détermination de la fonction de masse initiale (IMF)

La 1ère détermination de l'IMF a été réalisée par Salpeter (1955, ApJ 121, 161):

(1) fonction de luminosité des étoiles dans le volume local: dN/dM_V

où M_V = magnitude absolue.

(2) relation masse-luminosité: $dM_V/d\ln(m)$

-> PDMF (present-day mass function):

$$\text{PDMF} = \frac{dN}{dM_V} \times \frac{dM_V}{d\ln(m)}$$

= distribution en masses observée actuellement (t_0 = âge univers aujourd'hui)

Il faut ensuite corriger de l'histoire de formation d'étoiles et des morts stellaires:

Pour $m \leq 0.9 M_\odot$: durée de vie $>$ âge de la galaxie ($t_0 - t_{\text{form}}$, où t_{form} = formation galaxie).

$$\text{IMF} = \frac{\text{PDMF}}{(t_0 - t_{\text{form}}) \times \langle \Psi(t) \rangle}$$

Pour $m > 2 M_\odot$: les étoiles ont une durée de vie (τ_m) très courte p.r. à l'âge de la galaxie.

$$\text{IMF} = \frac{\text{PDMF}}{\tau_m(m) \times \Psi(t_0)}$$

Pour $0.9 < m \leq 2 M_\odot$: masses intermédiaires, le calcul est plus compliqué..

$$\text{IMF} = \frac{\text{PDMF}(m)}{\int_{t_0 - \tau_m(m)}^{t_0} \Psi(t) dt}$$

Pour la Voie Lactée, Salpeter a trouvé: $0.1 < m/M_\odot \leq 100 M_\odot$: $\phi(m) = 0.17 m^{-2.35}$

où: $\int_{0.1}^{100} m \times m^{-2.35} dm = 0.17$ Plus généralement, on note: $\phi(m) \sim m^{-(1+x)}$ ici: $x=1.35$

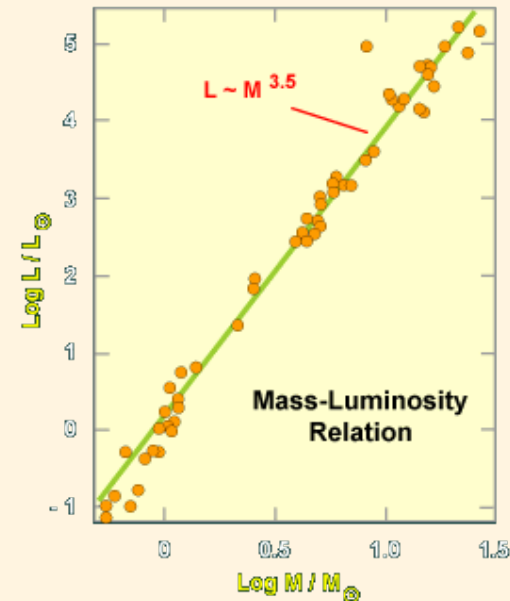
Masses typiques pour une IMF de Salpeter

- masse médiane: $0.17 M_{\odot}$
- masse moyenne: $0.57 M_{\odot}$

La Voie Lactée fait $7.8 \times 10^{10} M_{\odot}$

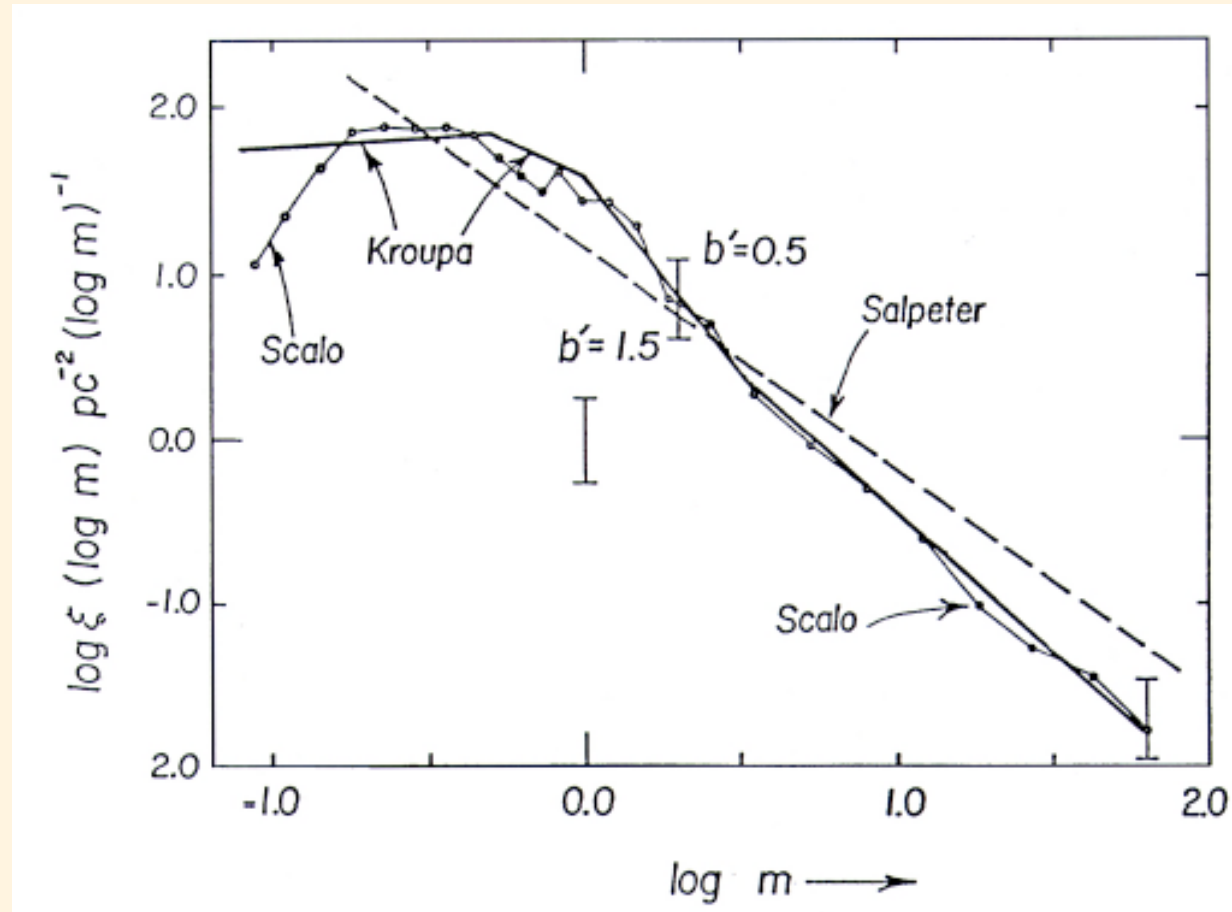
- Mais en réalité, les étoiles massives ont eu le temps de mourir et la masse moyenne actuelle des étoiles de la Voie Lactée est de $1/3 M_{\odot}$
- 234 milliards d'étoiles dans la Voie Lactée

- 5% en masse des étoiles font 95% de la luminosité ($m > 25 M_{\odot}$)
- masse lumineuse 50%-50%: $72 M_{\odot}$
 - 1% de la masse de gaz convertie en étoiles ($m > 72 M_{\odot}$) produit 50 % de la luminosité totale
- masse lumineuse 80%-20%: $47 M_{\odot}$
 - 3% de la masse de gaz convertie en étoiles ($m > 47 M_{\odot}$) produit 80 % de la luminosité totale



Autres IMF plus réalistes au-dessous de $1 M_{\odot}$

IMF de Scalo (1998): $x = -0.2 \pm 0.3$ pour $0.1 \leq m/M_{\odot} < 1 M_{\odot}$
(astro-ph/9712317) $x = -1.7 \pm 0.5$ pour $1 \leq m/M_{\odot} < 10 M_{\odot}$
 $x = -1.3 \pm 0.5$ pour $10 \leq m/M_{\odot} < 100 M_{\odot}$



IMF de Kroupa

IMF de Kroupa (2001): $\phi(m) \sim m^{-(1+x)}$

$m > 1 M_{\odot}$: $x=1.3$

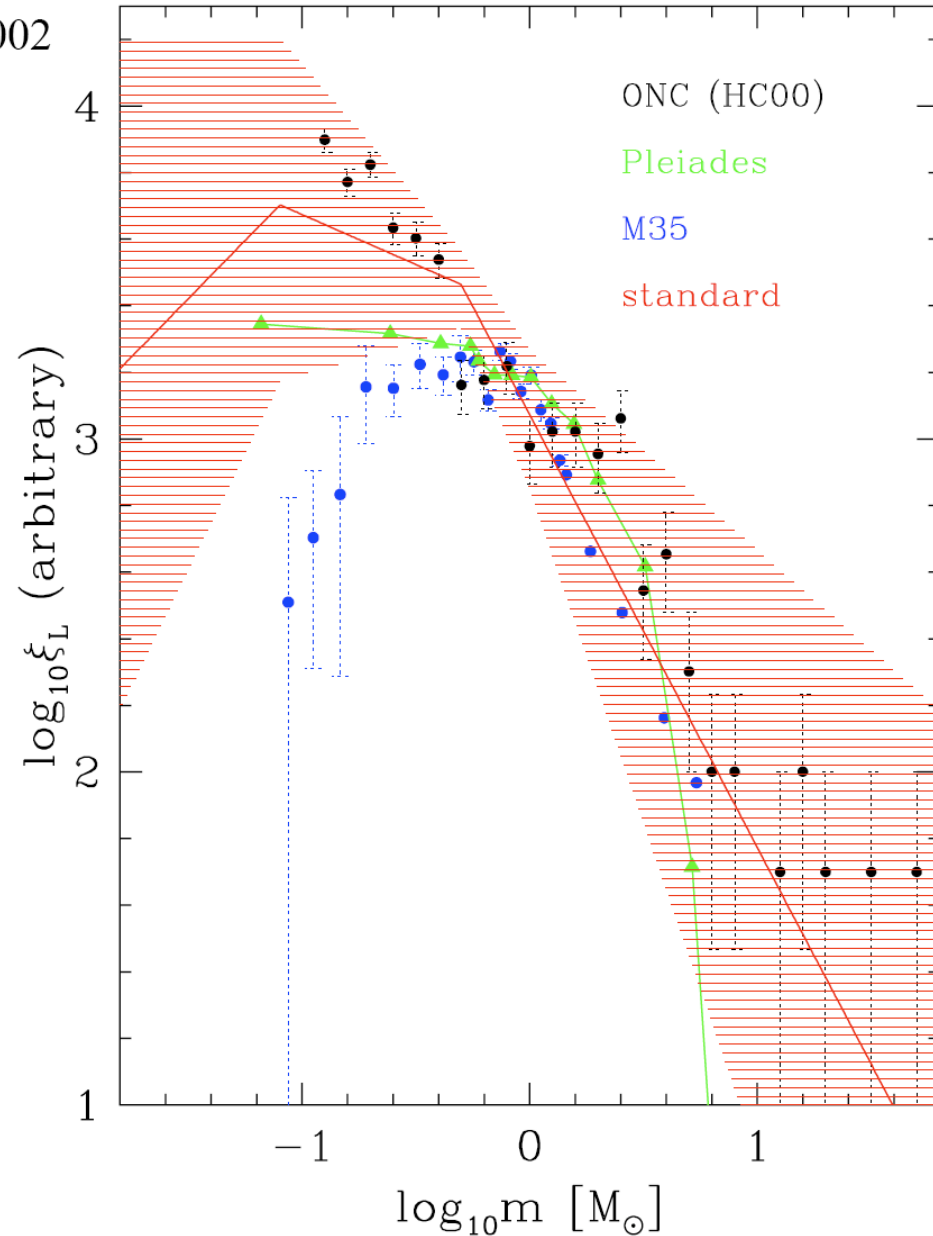
$0.5 < m \leq 1 M_{\odot}$: $x=1.7$

$0.08 \leq m < 0.5 M_{\odot}$: $x=0.8$

$m < 0.08 M_{\odot}$: $x=-0.7$

(Kroupa, 2001 astro-ph/0102155)

Kroupa 2002



Evolution chimique des galaxies: équations fondamentales

Lois de conservation :

$$\begin{array}{ll} (1) & M = M_s + M_g \\ (2) & \frac{dM}{dt} = f - e \\ (3) & \frac{dM_s}{dt} = \Psi - E \\ (4) & \frac{dM_g}{dt} = -\Psi + E + f - e \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{ll} M & = \text{total mass} \\ M_s & = \text{mass in stars} \\ M_g & = \text{mass in gas} \\ f & = \text{rate of infalling gas} \\ e & = \text{rate of ejected gas} \\ \Psi & = \text{star formation rate} \\ E & = \text{gas ejection rate of all stars} \end{array} \right.$$

(Tinsley 1980, Maeder 1982)

Evolution chimique des galaxies: équations fondamentales

- gas ejection rate of all stars:

$$(5) \quad E(t) = \int_{m_t}^{\infty} [m - w_m] \Psi_{t-\tau_m(m)} \Phi(m) dm$$

m_t : turnoff mass at time t = lowest mass of stars dying at time t
 $m - w_m$: ejected mass
 $\Psi_{t-\tau_m(m)} \Phi(m)$: birth rate at $t - \tau_m(m)$ = death rate at time t , stars of different generations are involved
 τ_m : main-sequence lifetime at mass m

Remnant mass $\begin{cases} w_m = 0.11m + 0.45M_{\odot} & (m < 6.8M_{\odot}) \\ w_m = 1.5M_{\odot} & (m \geq 6.8M_{\odot}) \end{cases}$

N.B.: only assumption: mass loss at the end in negligible time
(wrong only for $\Delta t < 10^6$ because of O-star winds)

Evolution chimique des galaxies: équations fondamentales

- evolution of the abundance Z (relative mass fraction) for one or more metals:

$$(6) \quad \frac{d(ZM_g)}{dt} = -Z\Psi + E_Z + Z_f \cdot f - Ze$$

E_Z : ejection rate of metals from stars, SNe etc.

$Z_f \cdot f$: infalling metals per time

ZM_g : mass of metals in the gas

- ejection rate of metals

$$(7) \quad E_Z(t) = \int_{m_t}^{\infty} [(m - w_m)Z_{t-\tau_m(m)} + mp_{Zm}] \Psi_{t-\tau_m(m)} \Phi(m) dm$$

$(m - w_m)Z_{t-\tau_m(m)}$: mass of metals that at time $t - \tau_m(m)$ were locked in a star of mass m and are now ejected with the envelope at time t ;
often also written as $(m - w_m - mp_{Zm})Z_{t-\tau_m(m)}$ (see Tinsley 1980)

mp_{Zm} : new metals produced by a star of mass m which originally formed from gas with metallicity Z

Note: for some elements (e.g. Li) $p_{Zm} < 0$

Evolution chimique des galaxies: équations fondamentales

Important assumption in equation (6) and (7):

Instantaneous mixing of produced metals with ISM

- returned mass per mass of stars formed

$$(8) \quad R = \int_{m_1}^{\infty} (m - w_m) \Phi(m) dm$$

equation (8) is independent of Ψ and is valid for one (!) generation of stars.

Example: Let us assume that stars with total mass M were formed 10^{10} yrs ago. Then, today $m_1 = M_{\odot}$, the mass of the remnants is $(1 - R)M$ and the returned gas mass is RM .

- Yield (mass of produced metals per remnant mass)

$$(9) \quad y = \frac{1}{1-R} \int_{m_1}^{\infty} m p_{Z_m} \Phi(m) dm$$

yield y : mass of newly produced metals by a populations of stars which after their deaths have a sum of remnant masses of $1M_{\odot}$.

Evolution chimique des galaxies: équations fondamentales

- Solution by numerical methods: Different timescales for winds, PN, SNII and SNI lead to time-dependent element abundances. In the beginning enrichment by winds and SNII, after $\sim 10^8$ yrs enrichment also by SNI.
⇒ Oldest stars in the galaxy have lower Fe-fraction (SNI) than younger stars and the sun.
- For first order approximations the **Instantaneous Recycling Approximation** (I.R.A.) can be used, i.e. it is assumed that the newly produced elements will be instantaneously returned to and uniformly mixed with the ISM.
This assumption is only valid, if the SFR for light elements (O,C,N,Mg, ... created by SNII-explosions) is nearly constant over a timescale of 10^7 yrs.
As far as heavier elements (Fe, created by SNI) are concerned, the SFR must not change on timescales of $10^{8..9}$ yrs.

L'approximation du recyclage instantané

It is assumed that the elements produced in stars are returned to the ISM without delay: $\Psi(t - \tau_m) \simeq \Psi(t)$, and that the ejecta is fully mixed immediately.

Using R and y and assuming that the IMF is independent of time ($R = \text{const}$) we obtain:

$$(5) \rightarrow (5') : E(t) = R\Psi(t)$$

$$(7) \rightarrow (7') : E_Z(t) = RZ(t)\Psi(t) + (1 - R)y(t)\Psi(t)$$

inserting (7') in (6):

$$\frac{d(ZM_g)}{dt} = -Z\Psi + RZ(t)\Psi(t) + (1 - R)y(t)\Psi(t) + Z_f \cdot f - Ze$$

$$(6) \rightarrow (6') : \frac{d(ZM_g)}{dt} = (1 - R)(-Z + y)\Psi + Z_f \cdot f - Ze$$

Les 3 équations fondamentales dans le cadre de l'approximation du recyclage instantané

En injectant (5') dans (3):

$$(A) \quad \frac{dM_s}{dt} = (1 - R)\Psi(t)$$

inserting (5') in (4):

$$(B) \quad \frac{dM_g}{dt} = -(1 - R)\Psi(t) + f - e$$

inserting (B) in (6'):

$$(C) \quad M_g \frac{dZ}{dt} = (1 - R)y(t)\Psi(t) + (Z_f - Z)f + eZ$$

L'approximation "closed box" (boîte fermée)

This is the simplest evolution model. Assume we have a closed box containing only gas with metallicity $Z = 0$ and no stars. We now start star formation and want to know the metallicity of the gas and the stars at any time later (assuming I.R.A.).

With $f = e = 0$, $M_g(t = 0) = M$, $M_s(t = 0) = 0$ (= closed-box-model):

$$(B) \quad \rightarrow \frac{dM_g}{dt} = -(1 - R)\Psi(t)$$

$$(C) \quad \rightarrow M_g \frac{dZ}{dt} = (1 - R)y(t)\Psi(t)$$

and (B)/(C) yields:

$$\frac{1}{M_g} \frac{dM_g}{dZ} = -\frac{1}{y}$$

or.:

$$\ln M_g \Big|_M^{M_g(t)} = \int_0^{Z(t)} -\frac{dZ}{y} \simeq -\frac{Z}{\bar{y}}$$

(for some elements the ' $\simeq$ ' this is a strong simplification)

L'approximation "closed box" (boîte fermée)

$$Z(t) = \bar{y} \ln \frac{M_g(t=0)}{M_g(t)} \quad (9.1)$$

Important:

- The above formula is only valid for $Z \ll 1$ or $\frac{M_g(t)}{M} > 0$.

For $M_g(t) \rightarrow 0$, $y \rightarrow 0$ and $\int_0^Z -\frac{dZ}{y}$ cannot be approximated by $-\frac{Z}{\bar{y}}$.

- $Z(t)$ depends only on $\frac{M_g(t)}{M}$ and thus not explicitly on t . If $\frac{M_g}{M}$ is known, Z can be determined.

Example: For $Z < 0.05$ and Salpeter IMF: $\bar{y} \simeq 0.01...0.02$ (by chance $Z_\odot \simeq 0.02$)
solar metallicity is reached for:

$$Z_\odot = \bar{y} \ln \frac{M}{M_g(t)} \rightarrow M_g(t) = 0.37M$$

For a simple estimate one can use:

$$\frac{Z}{Z_\odot} \simeq \ln \frac{M}{M_g(t)}$$

Quelques chiffres

On a donc vu qu'avec un raisonnement assez simple, il est possible d'avoir une idée de la métallicité d'une galaxie ou de la quantité de gaz qui a dû être convertie en étoiles pour une métallicité donnée :

$$Z/Z_{\odot} = \ln (M_{\text{tot}}/M_{\text{gaz}}) \text{ où } M_{\text{tot}} = M_{\text{gaz}}(\text{initiale}) = M_{\text{gaz}} + M_{*} + M_{\text{restes}}$$

ainsi: la métallicité du voisinage solaire suggère que près de 60 % de la masse de la Galaxie (sans la matière noire) a été convertie en étoiles au cours de son histoire.

D'autre part, on peut dire que (ordre de grandeur):

après qu'une galaxie ait converti 20 % de son gaz en étoiles, elle atteindra une métallicité de près de 20 % de celle du Soleil.

Quand elle aura converti 50% de son gaz, elle atteindra 70% du Soleil

et après avoir converti 80% de son gaz, elle sera 1.6 fois plus métallique !

Les galaxies elliptiques sont plus métalliques que les galaxies spirales et, en effet, elles n'ont plus de contenu en gaz...

L'approximation "closed box" (boîte fermée)

What is the metallicity of the stars?

Assuming a closed-box model, the stars and the gas together must contain all elements ever produced. Therefore:

$$\underbrace{Z_s M_s}_{1} + \underbrace{Z M_g}_{2} = \underbrace{\int_0^t \int_0^\infty m p_{Zm} \Psi(t') \Phi(m) dm dt'}_3 = \int_0^t (1 - R) y \Psi dt \simeq (1 - R) \underbrace{\bar{y} \bar{\Psi} t}_4$$

1: average metallicity of stars (without metals of remnant)

2: metallicity of gas

3: mass of all metals ejected into ISM

4: averaged values with assumption: $y \bar{\Psi} \simeq \bar{y} \bar{\Psi}$

Therefore:

$$Z_s M_s + Z M_g = (1 - R) \bar{y} \bar{\Psi} t$$

Integrating (A) $\frac{dM_s}{dt} = (1 - R)\Psi(t)$ leads to

$$M_s = (1 - R) \bar{\Psi} t$$

Combined with former equation yields:

$$\boxed{Z_s M_s \simeq \bar{y} M_s - Z M_g} \quad (\text{Closed-Box model})$$

Therefore at the end, when $M_g \ll M_s$:

$$\boxed{M_g \ll M_s \implies Z_s \simeq \bar{y}}$$

2 Modélisation de l'évolution spectro-photométrique des galaxies: modèles de synthèse de populations stellaires

Connaissant l'émission de lumière des étoiles en fonction de leur âge (position sur le diagramme), il est possible de calculer le spectre intégré d'une galaxie:

$$F_{\lambda}(t) = \int_0^t dt' \psi(t - t') S_{\lambda, Z(t-t')}(t')$$

où $S(\lambda, Z)$ est la puissance rayonnée par unité de longueur d'onde et par unité de masse par une génération d'étoiles d'âge t' et de métallicité $Z(t-t')$.

Cette approche consiste à combiner une série de "bursts" instantanés, correspondant à des populations d'étoiles de même âge, pour des métallicités spécifiques. On l'appelle synthèse isochrone (Charlot & Bruzual 1991, ApJ 367, 126), par opposition aux techniques suivant le trajet des étoiles individuelles sur le diagramme HR. Cette technique est surtout pratique sur le plan des calculs numériques car elle permet d'éviter des instabilités du code liées aux passages rapides par les branches des géantes et super-géantes rouges.

Un isochrone au temps t est défini pour une IMF et une métallicité initiale donnée par la position sur HR des étoiles nées à $t=0$.

Tracés d'évolution stellaire (gauche) + isochrones (droite)

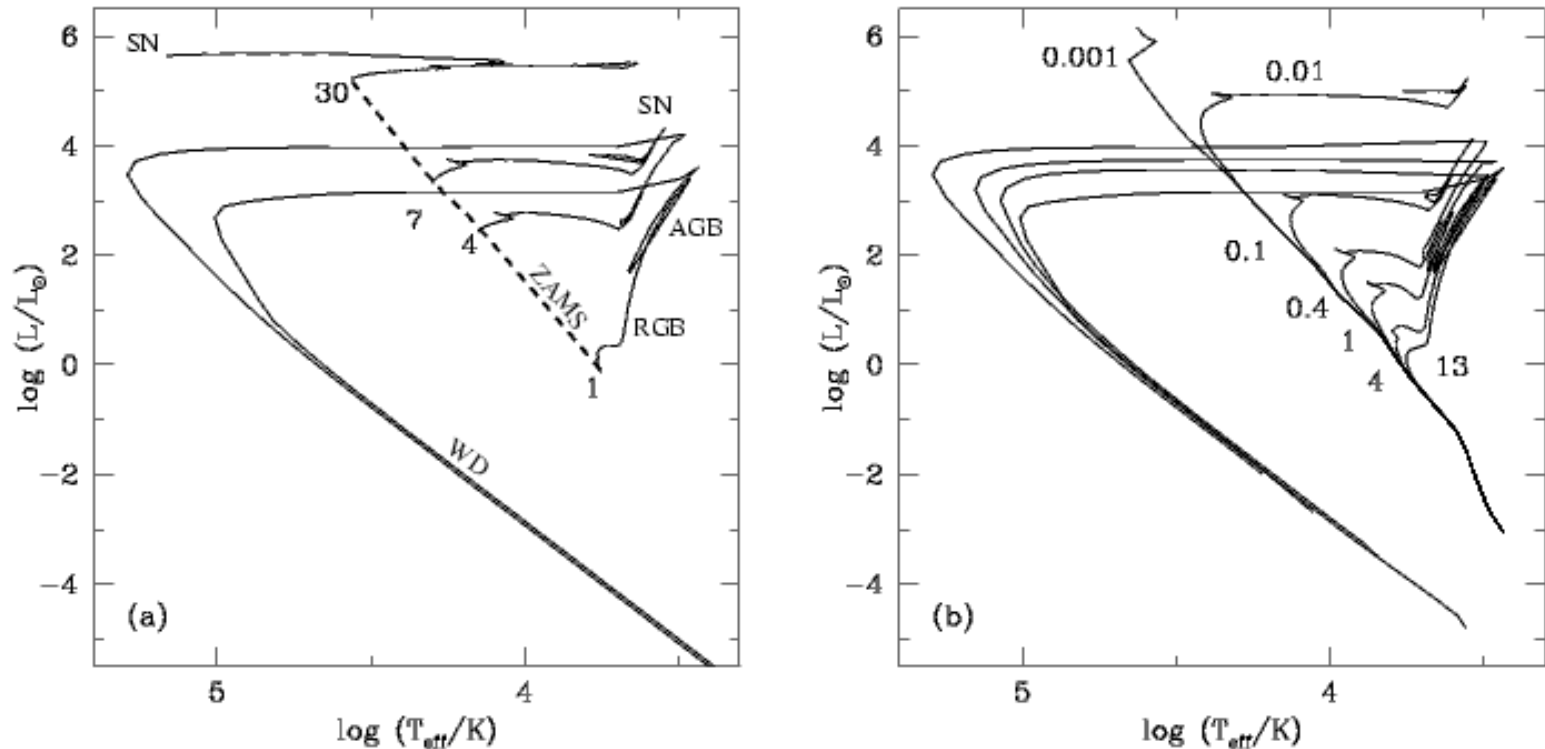


Fig. 1. — (a) Evolutionary tracks of stars with solar metallicity in the theoretical H-R diagram [2]. The tracks are shown from the zero-age main sequence (ZAMS). Low- and intermediate-mass stars terminate their evolution as white dwarfs (WD) and massive stars as supernovae (SN). Masses are indicated in $M_\odot$ next to the tracks. (b) Theoretical isochrones interpolated at various ages, as described in the text, from a complete set of evolutionary tracks of stars with solar metallicity and initial masses in the range $0.1 \leq m \leq 100 M_\odot$. Ages are indicated in Gyr next to the isochrones.

Distribution spectrale en énergie

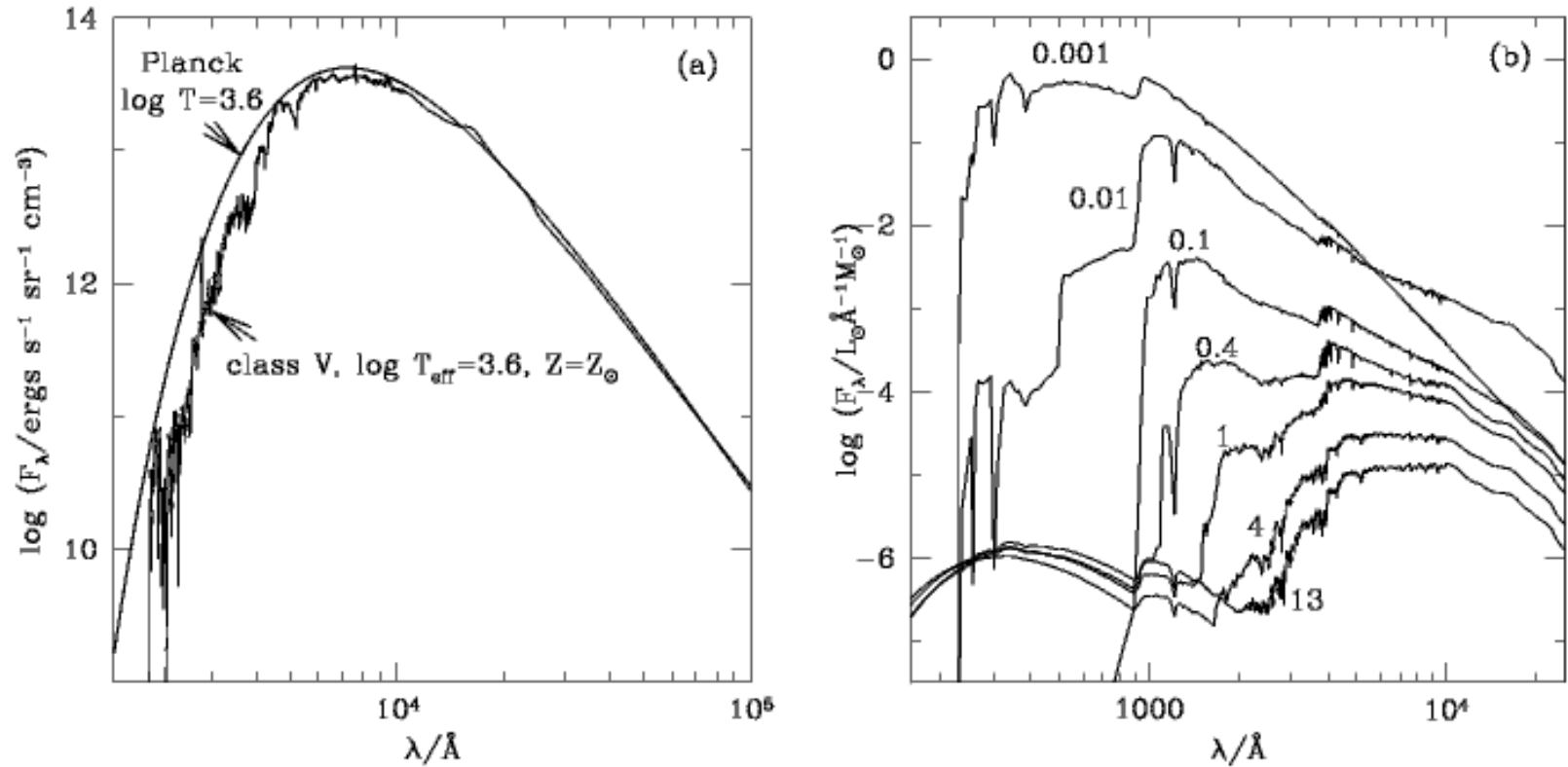
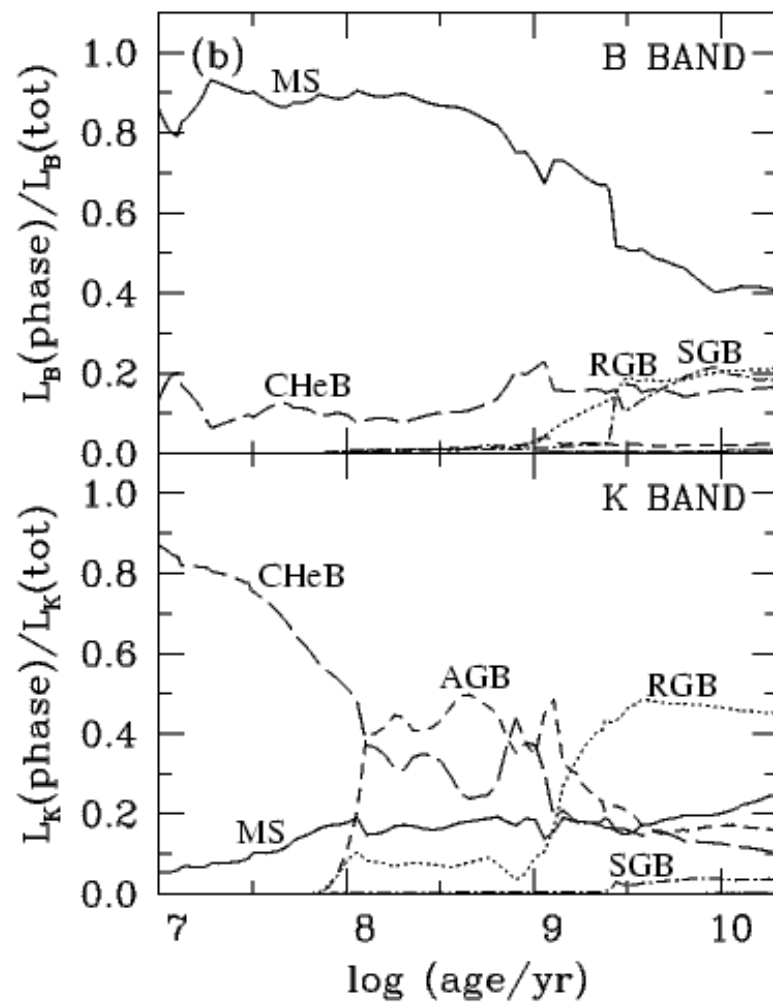
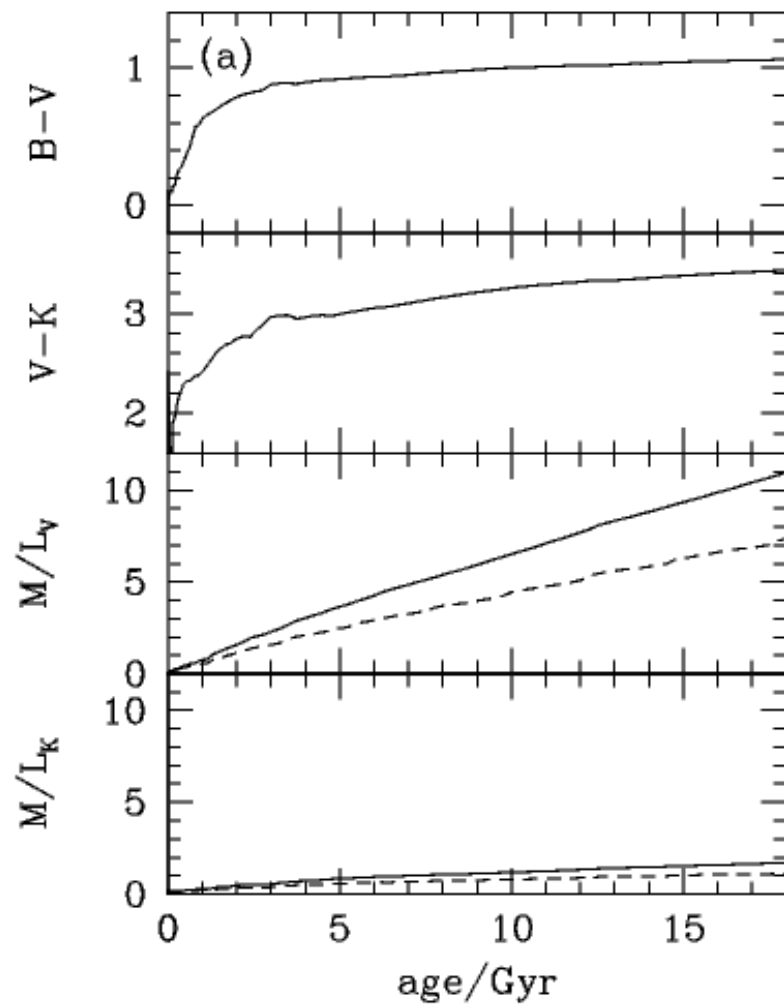


Fig. 2. — (a) Spectral energy distribution of a main sequence (luminosity class V) star with $\log T_{\text{eff}} = 3.6$ compared to that of an unblanketed blackbody model with the same temperature. (b) Spectral evolution of an instantaneous burst stellar population with solar metallicity and a Salpeter IMF. Ages (in Gyr) are indicated next to the spectra.

Evolution des couleurs et du rapport M/L : burst instantané ($Z_{\odot}$)



Evolution des couleurs et du rapport M/L: $\text{SFR} \sim \exp(-t/\tau)$

