« Propriétés et évolution des galaxies »

David Elbaz (delbaz@cea.fr)

Service d'Astrophysique - CEA Saclay
Tel: 01 69 08 54 39

Formation d'étoiles: temps caractéristiques et autorégulation

Master Recherche M2 Astronomie & Astrophysique

Enseignement thématique des parcours M2 - Galaxies

http://david.elbaz3.free.fr/master_m2

Distances, volumes et âges en cosmologie

1 Les distances en cosmologie

2 Les équation de base de la cosmologie

(i) Redshift et facteur d'échelle

(ii) Les équations de Friedmann

(iii) La courbure de l'univers et la loi de Hubble

3 Le calcul des âges en cosmologie

4 Distances et volumes

5 Correction du décalage vers le rouge ou correction K

6 Dimensions et résumé des équations utiles

Les distances en cosmologie: distance propre, comobile et lumineuse

Les mesures astronomiques sont des magnitudes apparentes ou des flux mais pour décrire les propriétés intrinsèques des galaxies, il est nécessaire de connaître leur distance.

Sans distances, il aurait été impossible de résoudre la question de la nature des nébuleuses spirales ou des faibles sources radio similaires à des étoiles qui sont devenues les quasars.

Il est crucial de bien séparer 3 distances fondamentales dans l'étude des galaxies:

les distance propre, comobile et lumineuse.

Références:

-Hogg, astro-ph/9905116, distance measures in cosmology

-Peebles, 1993, Principles of Physical Cosmology, Princeton University Press

-Longair, 1998, Galaxy Formation

Redshift et facteur d'échelle

Le long de la ligne de visée:

distance propre = facteur d'échelle x distance comobile où fact. d'éch. < 1

$r_p(t)$ = R(t) x r , où r ne varie pas avec t

Le redshift: $z = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_{em}}{\lambda_{em}}$ $z = \sqrt{\frac{1+\frac{v}{c}}{1-\frac{v}{c}}}$

quand v<<c: v≈cz=H_0d

on retrouve bien la loi de Hubble

1 source qui s'éloigne selon R(t) émet:

$$\nu_{obs} = R(t)\nu_{em}$$

On en déduit le lien suivant entre le redshift et le facteur d'échelle:

$$1 + z = \frac{1}{R(t)}$$

Le redshift est donc une mesure directe du facteur d'échelle de l'univers, de l'expansion

N.B.: le facteur d'échelle est parfois noté "R" ou "a".

Origine Newtonienne des équations de Friedmann

$$\ddot{r} = -\frac{dE_{grav}}{dr} \Rightarrow \quad \ddot{R} = -\frac{4\pi G\rho}{3}R = -\frac{4\pi G\rho_0}{3R^2} \qquad \text{car } \rho(t) = \frac{\rho_0}{R^3}$$

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\rho \;\rightarrow\; \frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda}{3}$$

l'accélération de l'univers subit: la gravité, la pression du fluide (matière/rayonnement) + Λ, son intégrale:

$$\dot{R}^2 + K = \frac{8\pi G\rho_0}{3R} \rightarrow \left(\frac{\dot{R}}{R}\right)^2 + k\left(\frac{c}{\mathcal{R}_c}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{\Lambda}{3}$$ où $\mathcal{R}_c = \mathcal{R}\ R(t)$= rayon de courbure (t)

Origine newtonienne de la densité critique:

On considère une sphère de rayon r, en expansion au taux: $v = H_0 r$

dans un Univers de densité ρ. L'énergie d'une galaxie sur la surface de la sphère est:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = \frac{1}{2}m\left(H_0 r\right)^2 - \frac{G\left(4\pi r^3\rho/3\right)m}{r}$$

Si $E < 0$ l'univers s'effondrera sur lui-même

Si $E > 0$ l'univers s'étendra à l'infini

Ceci définit la **densité critique** pour laquelle la gravité surpasse l'expansion: $\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$

La courbure de l'univers

En relativité, l'équivalence matière-énergie implique que l'énergie totale de l'univers peut produire une courbure de l'espace : E = E(cinétique) + E(gravitation)

$$\mathrm{E} = \frac{1}{2} m \mathrm{v}^2 - \frac{4\pi G \rho r^2}{3} = \frac{1}{2} m r^2 \left[\frac{\dot{r}^2}{r^2} - \frac{8\pi G \rho}{3} \right]$$

La courbure de l'univers est associée à un rayon de courbure:

$$\left[\frac{\dot{R}^2}{R^2} - \frac{8\pi G \rho}{3} \right] = -\frac{kc^2}{\Re^2}$$

La position du 1er pic acoustique mesuré dans la carte centimétrique du CMB par le satellite WMAP traduit la densité totale de l'univers à l'époque où matière et rayonnement constituaient un fluide unique subissant des résonances acoustiques:

$$\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_{\mathrm{rad}} + \Omega_\Lambda = 1.02 \pm 0.02$$

Or on sait aussi que $\Omega_0+\Omega_k=1$ donc: $\Omega_k = -k \frac{c^2}{\Re H_0^2} = 1 - \Omega_0 \simeq 0$

La loi de Hubble, H(t)

loi de Hubble: $v = H(t)\, r_p$ où r_p est une distance propre

avec : $v = dr_p/dt$ et $r_p(t) = R(t) \times r$, d'où: $H(t) = \frac{\dot{R}}{R}$

et à $t = t_0$ = aujourd'hui : $H_0 = H(t_0) = \dot{R}(t_0)$

Equation de Friedmann:

où $\rho(t) = \rho_0 \times R(t)^{-3} = \rho_0 (1+z)^3$ $\dot{R}^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} R^2 - k\frac{c^2}{R_c^2} + \frac{\Lambda}{3} R^2$

d'où:

$$\left(\frac{\dot{R}}{R}\right) = H(t) = H_0 \sqrt{\Omega_m (1+z)^3 + \Omega_k (1+z)^2 + \Omega_\Lambda}$$

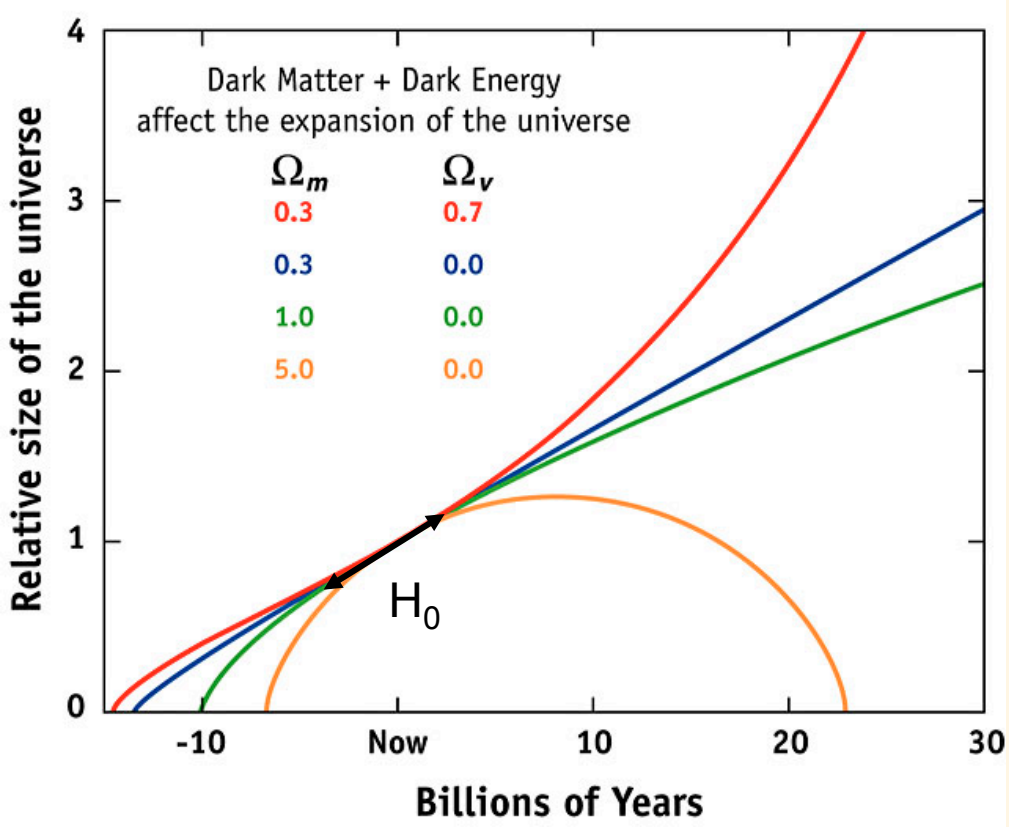
où: $\Omega_m = \frac{\rho}{\rho_c} = \frac{8\pi G\rho_0}{3H_0^2} = \Omega_{\text{baryons}} + \Omega_{\text{DM}} = 0.27 \pm 0.04$

$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda c^2}{3H_0^2} = 0.73 \pm 0.04$

$\Omega_k = -k\frac{c^2}{\Re H_0^2} = 1 - \Omega_0 \simeq 0$

$\Omega_{\text{rad}} = 5 \times 10^{-5}$ $\Omega_0 = \Omega_m + \Omega_{\text{rad}} + \Omega_\Lambda = 1.02 \pm 0.02$

Evolution du facteur d'échelle en fonction du temps



Le calcul des âges en cosmologie: Relation temps - redshift

L'étude de l'évolution des galaxies peut être réalisée en observant des galaxies lointaines
en tant que représentantes de stades primordiaux dans l'évolution des galaxies. Mais pour en tirer une information, il faut pouvoir convertir la position des raies en émission de ces galaxies, et donc leur redshift, en vitesse et donc en durée temporelle, appelée "lookback tir

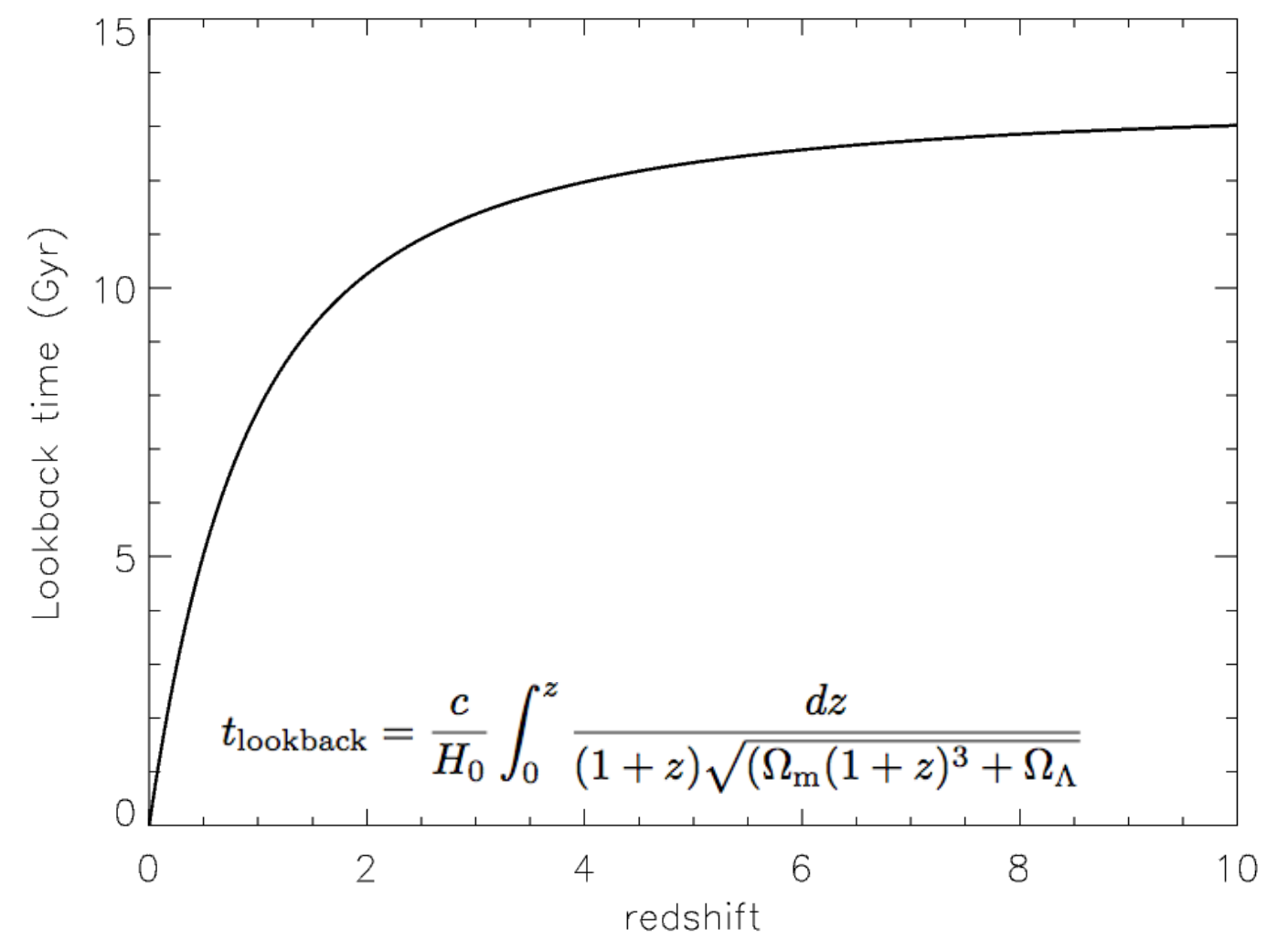
$$t = \int dt = \int dz \times \frac{dt}{dz} = \int \frac{dz}{(1+z)H(z)}$$

Car: $1 + z = \frac{1}{R(t)}$ donc: $z = \frac{1}{R(t)} - 1$ et: $H(t) = \frac{\dot{R}}{R}$ d'où: $\frac{dz}{dt} = -(1+z)H(t)$

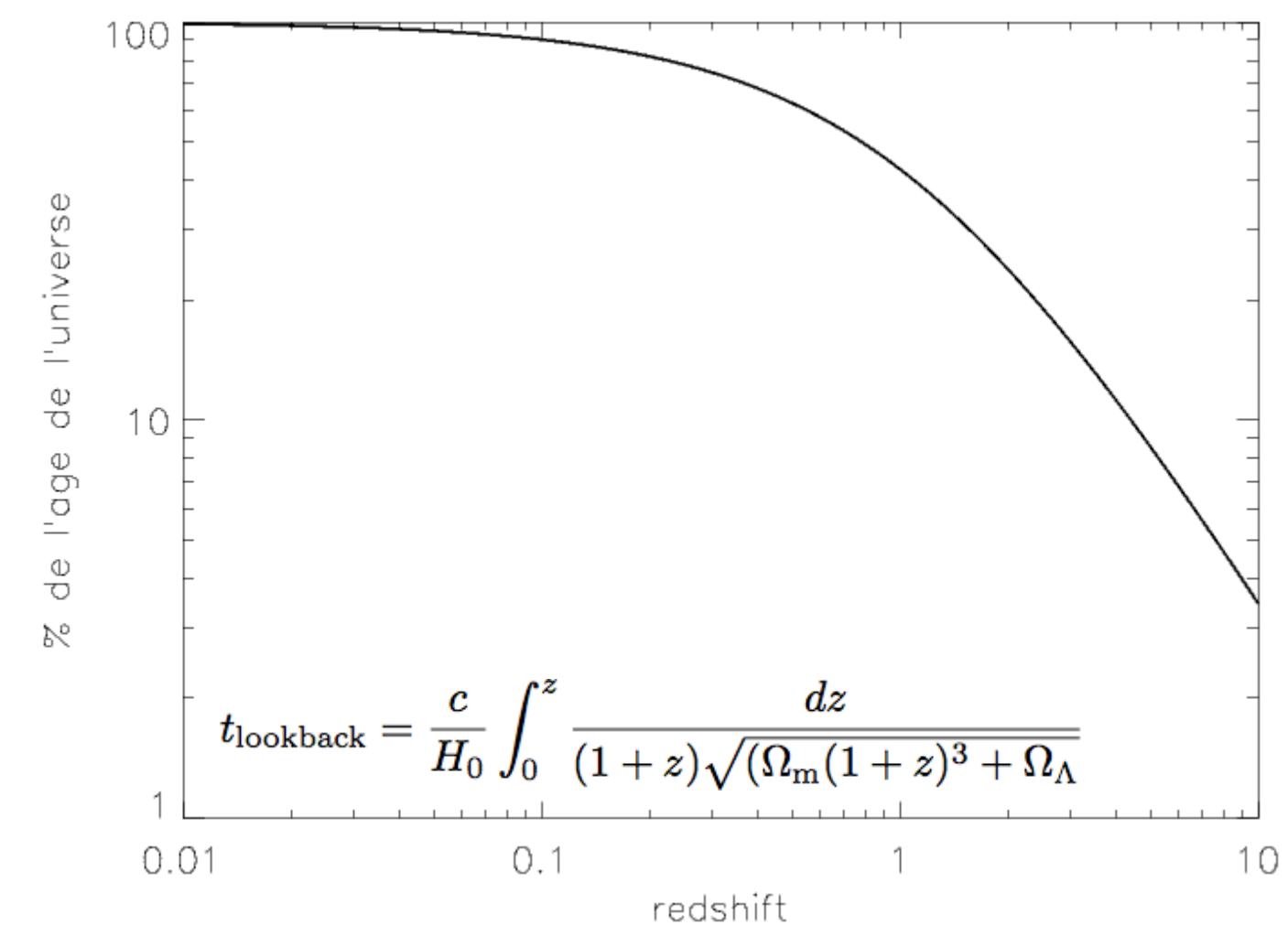
Donc: $$t_{\text{lookback}} = \frac{c}{H_0} \int_0^z \frac{dz}{(1+z)\sqrt{(\Omega_{\text{m}}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda}}$$

où: H_0= 71 km/s/Mpc= 71 * 3.155x10^{16} (seconds/Gyr) / 3.0856x10^{19} (km/Mpc)
~ 0.073 Gyr^{-1}
$1/H_0$=13.7 Gyr ~ âge de l'univers ou temps de Hubble

Temps de regard en arrière ou lookback time
(Ω_m=0.3, Ω_Λ=0.3, H_0= 70 km.s^{-1}Mpc^{-1})



Fraction de l'âge de l'univers =($t_{univers}$-$t_{lookback}$)/$t_{univers}$
(Ω_m=0.3, Ω_Λ=0.3, H_0= 70 km.s^{-1}Mpc^{-1}) où $t_{univers}$ = 13.5 Gyr



Fraction de l'âge de l'univers $=(t_{univers}-t_{lookback})/t_{univers}$
(Ω_m=0.3, Ω_Λ=0.7, H_0= 70 km.s^{-1}Mpc^{-1}) où $t_{univers}$ = 13.7 Gyr

Z	Universe age		Lookback time
	Gyr	%	Gyr
0.2	11.1	81.9 %	2.4
0.5	8.5	62.6 %	5.0
0.7	7.2	53.2 %	6.3
0.8	6.7	49.3 %	6.8
1	5.8	42.7 %	7.7
2	3.2	24.0 %	10.3
4	1.5	11.3 %	12.0
5	1.2	8.6 %	12.3
6.5	0.8	6.1 %	12.7
10	0.5	3.5 %	13.0
20	0.2	1.3 %	13.3
30	0.1	0.7 %	13.4

Distances de diamètre angulaire et comobile radiale

- distance de diamètre angulaire: D_A

Si une galaxie, localisée à un redshift z, possède une taille angulaire de θ secondes d'arc, le diamètre physique, d_{kpc}, de cette galaxie peut être calculé grâce à la distance de diamètre angulaire: D_A, selon:

$$d_{kpc}=\theta\, D_A$$

d'une manière générale, toutes les structures relaxées gravitationnellement (virialisées) sont découplées de l'expansion de l'univers et l'on doit utiliser cette formule.

Pour les structures plus grandes, qui suivent l'expansion de l'univers, on utilise la distance comobile radiale, D_m, qui suit l'expansion.

Les 2 distances sont donc reliées par la relation: $D_m=(1+z)D_A$

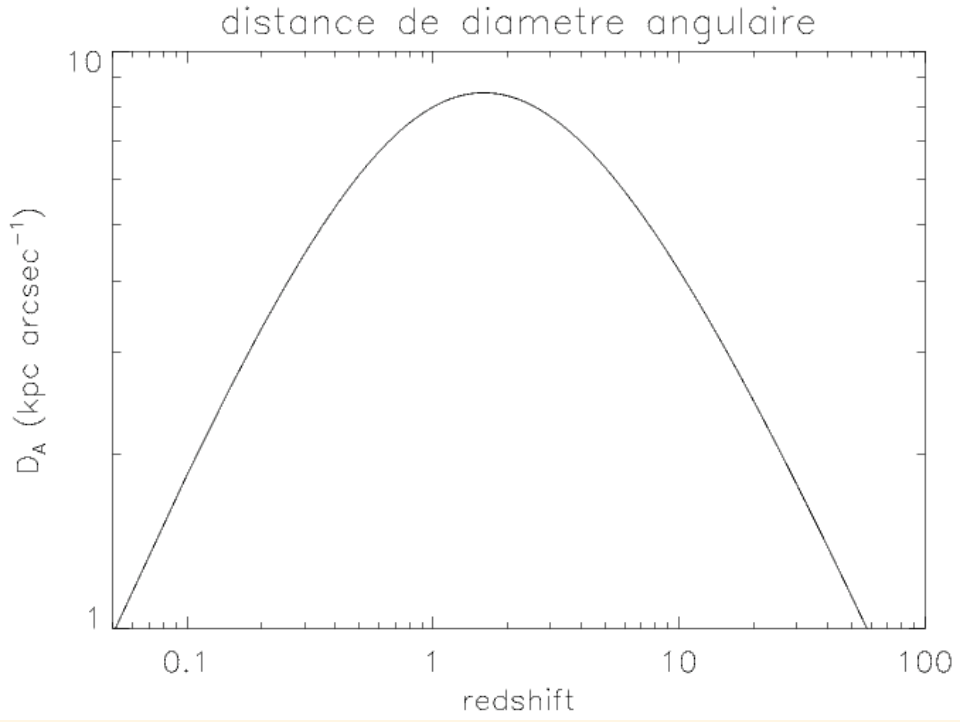
- distance comobile radiale: $$D_m = \int_t^{t_0} \frac{cdt}{R(t)} = c\int_0^z \frac{dz}{H(z)}$$

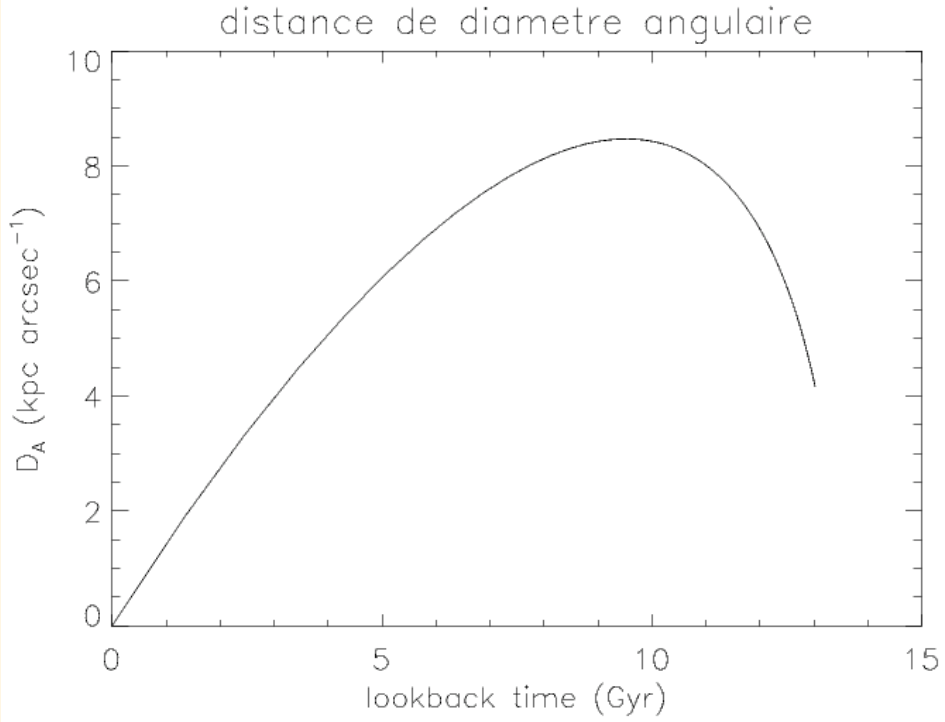
cdt= distance parcourue par la lumière, x1/R(t) du fait de l'expansion pendant dt quand z est petit, $D_m \approx cz/H_0$

- distance de diamètre angulaire: $$D_A = \frac{c}{1+z}\int_0^z \frac{dz}{H(z)}$$

quand z est petit, $D_A \approx D_m \approx cz/H_0$

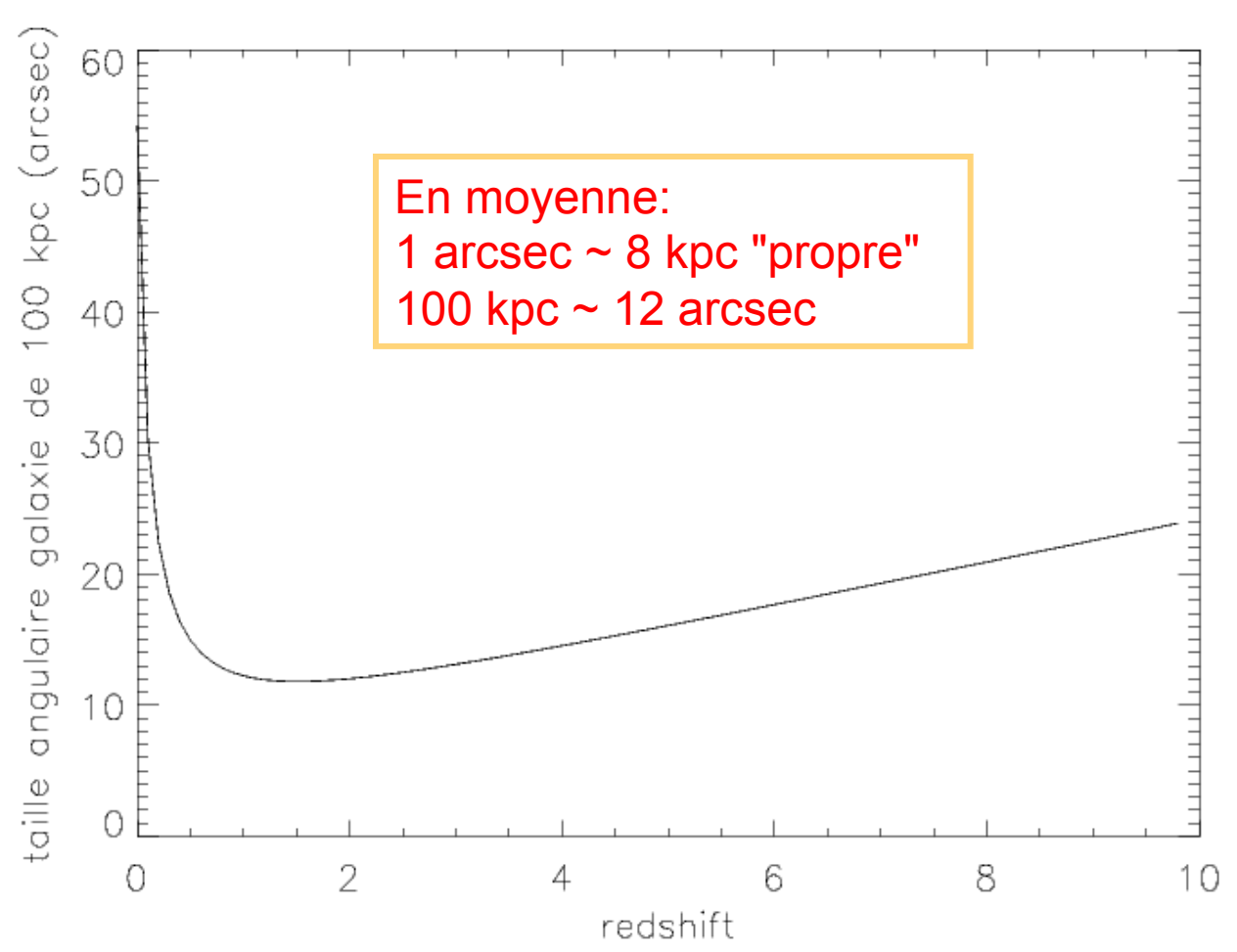
Evolution de la distance de diamètre angulaire



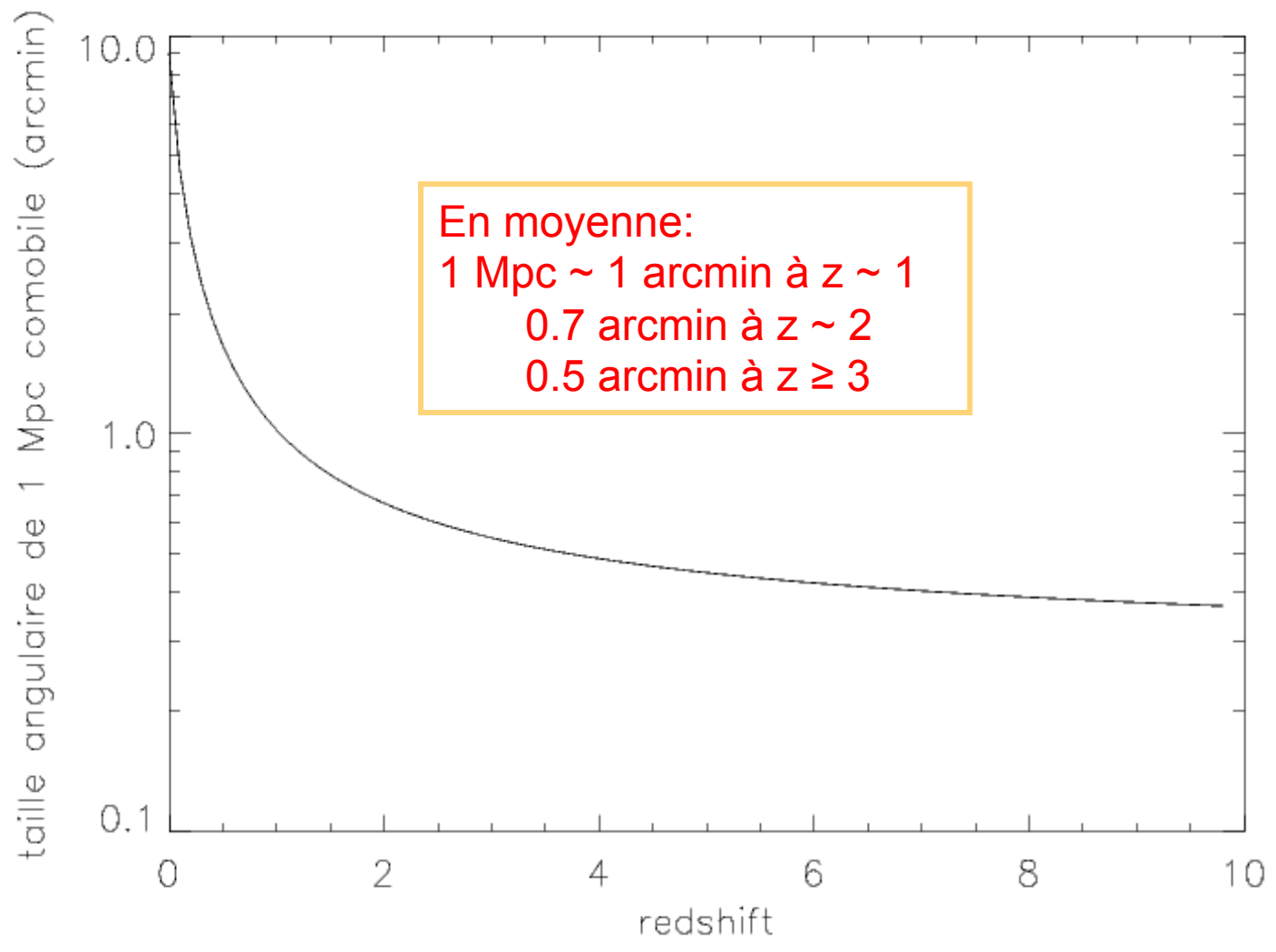


La taille apparente d'un objet augmente à mesure que cet objet est éloigné, mais en relativité, jusqu'à une certaine limite située autour de z=1.5. Au-delà, la diminution de la taille de l'univers avec le redshift l'emporte sur la croissance de la taille couverte avec l'angle solide considéré.

Taille angulaire apparente d'une galaxie de 100 kpc vs z (Ω_m=0.3, Ω_Λ=0.3, H_0= 70 km.s^{-1}Mpc^{-1})



Taille angulaire apparente de 1 Mpc comobile vs z (Ω_m=0.3, Ω_Λ=0.3, H_0= 70 km.s^{-1}Mpc^{-1})



En moyenne:
1 Mpc ~ 1 arcmin à z ~ 1
0.7 arcmin à z ~ 2
0.5 arcmin à z ≥ 3

$$\Theta_{\rm com} = \Theta \times (1+z) = \frac{\pi}{(180\times 60)} \times (1\ {\rm Mpc}) \times \left[\frac{c}{H_0}\int \left(\Omega_{\rm m}(1+z)^3+\Omega_\Lambda\right)^{(-1/2)} dz\right]^{-1}$$

Ordres de grandeur

- Une taille comobile de 1 Mpc => 1' (= 1arcmin) à z=1
- Une taille physique de 10 kpc => 1.2" (= 1.2 arcsec) à z=1
- Quel que soit le redshift :
  - Une galaxie de 30 kpc apparaît toujours avec une taille angulaire de 3-7"
  - Un amas de galaxies riche a une taille de ~5 Mpc, sa taille apparente est donc toujours contenue entre 10' et 20'
- 1 pixel du télescope spatial Hubble (HST) = 0.1":

  0.1" <-> 1 kpc à z=1 et < 1 kpc au-delà !

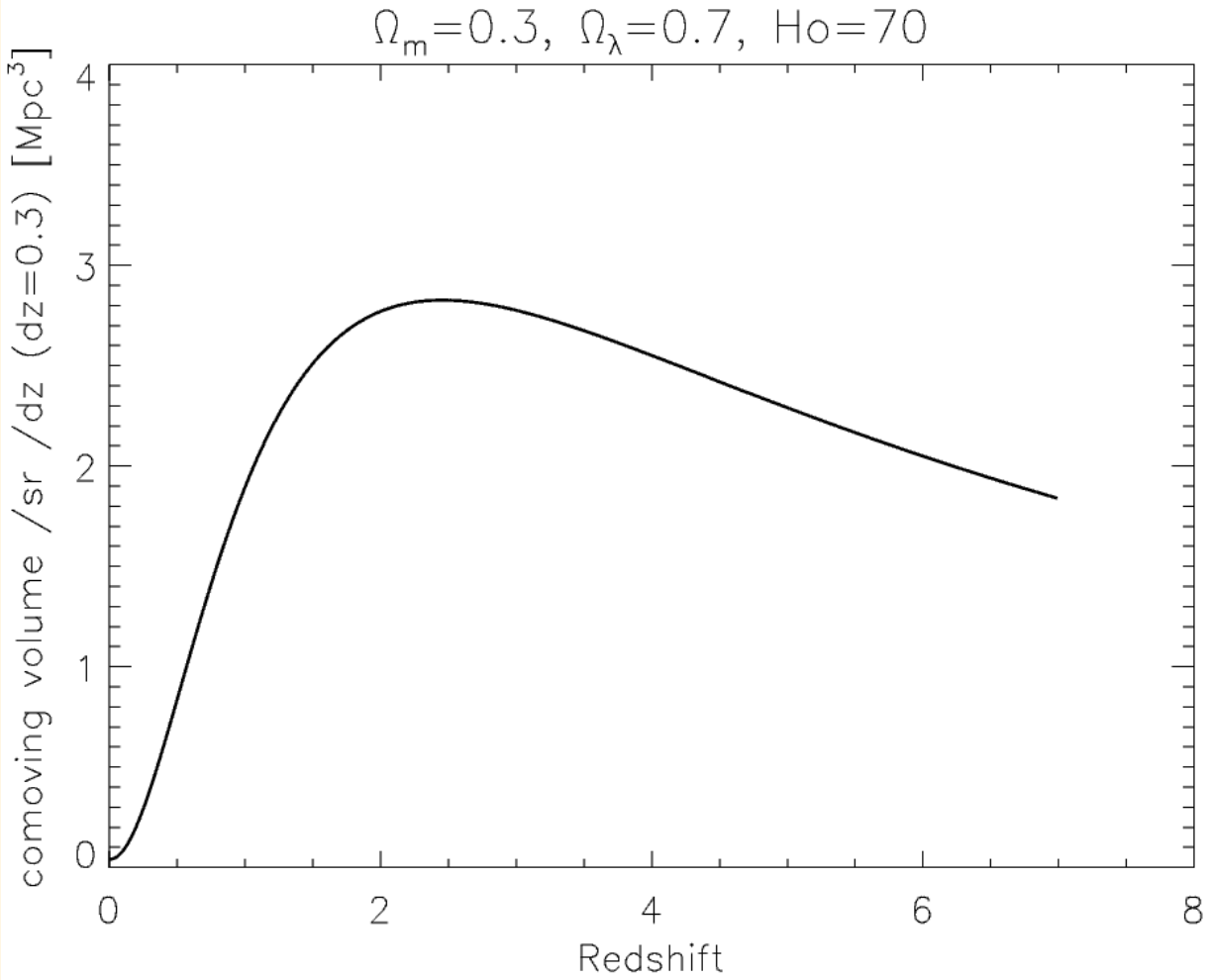
Volumes propre et comobile

- Lorsque l'on étudie l'évolution des galaxies, on considère une boîte de l'univers qui suit l'expansion, i.e. un volume comobile, si dans cette boîte le nombre et la luminosité des galaxies ne varie pas avec le redshift, alors on dit qu'il n'y a pas d'évolution:
- Volume (comobile) = $4/3\ \pi\ D_m^3(z)$

- Le volume "propre", d'un amas de galaxies par exemple, ne suit pas l'expansion:
- Volume (propre) = $4/3\ \pi\ D_A^3(z)$

- A retenir: le volume comobile est le volume qu'aurait la boîte considérée à z=0, tandis que le volume propre est celui qu'elle possède à z.

Elément de volume comobile (Mpc^3) par stéradian et par dz (Ω_m=0.3, Ω_Λ=0.3, H_0= 70 $km.s^{-1}Mpc^{-1}$)



$$dV = V(z+dz/2) - V(z-dz/2) \text{ ou } V(z) = \frac{c^3}{3H_0^3}\left(\frac{\pi}{180\times 60}\right)\left[\int \left(\Omega_m(1+z)^3+\Omega_\Lambda\right)^{(-1/2)} dz\right]^3$$

Distance lumineuse et densité de flux

La distance lumineuse permet de relier la luminosité intrinsèque d'une galaxie avec sa densité de flux observée. Une source localisée à un redshift z rayonne une luminosité monochromatique $L(\nu_{em})$ (en $W.Hz^{-1}$)= énergie totale (J) rayonnée sur 4π stéradians par unité de temps (s^{-1}) et de fréquence (Hz^{-1})

Quelle est la densité de flux observée, $S_\nu(\nu_{obs})$ (énergie/temps/surface/fréquence) reçue ?

$$L_\nu(\nu_{\rm em}) = \frac{N(\nu_{\rm em})h\nu_{\rm em}}{\Delta\nu_{\rm em}\Delta t_{\rm em}}$$

La lumière émise sur 4π stéradians est étalée par l'expansion, donc la surface collectrice du télescope, vue par la source est calculée avec la distance comobile radiale, D_m.

diamètre du télescope $=d_{tel}= \theta D_m$

Surface collectrice du télescope = $\pi d_{tel}^2/4 = \pi(\theta D_m)^2/4$

D'autre part, le faisceau lumineux est étalé sur 4π stéradians dont le télescope reçoit une fra… $^2/4)/4\pi$

Donc: $$S_\nu(\nu_{\rm obs}) = \frac{[N(\nu_{\rm em}) \times \frac{\pi\theta^2/4}{4\pi}]h\nu_{\rm obs}}{\Delta\nu_{\rm obs}\Delta t_{\rm obs}[\pi(\theta D_m)^2/4)]}$$ où : $\Delta\nu_{\rm obs} = R(t)\Delta\nu_{\rm em}$ $\Delta t_{\rm obs} = \frac{\Delta t_{\rm em}}{R(t)}$

$$\nu_{\rm obs} = R(t)\nu_{\rm em}$$

$$S_\nu(\nu_{\rm obs}) = \frac{L_\nu(\nu_{\rm em})}{(1+z)4\pi D_m^2} = \frac{(1+z)L_\nu(\nu_{\rm em})}{4\pi D_L^2}$$

$$S_\nu(\nu_{\rm obs}) = \frac{L_\nu(\nu_{\rm em})}{(1+z)4\pi D_m^2} = \frac{L_\nu(\nu_{\rm obs})}{4\pi D_L^2}$$

$$\nu_{\rm obs}S_\nu(\nu_{\rm obs}) = \frac{\nu_{\rm em}L_\nu(\nu_{\rm em})}{4\pi D_L^2}$$

où la distance lumineuse $D_L=(1+z)D_m=(1+z)^2D_A$

Distance lumineuse et correction K

$$S_\nu(\nu_{\rm obs}) = \frac{L_\nu(\nu_{\rm obs})}{4\pi D_L^2} = (1+z)\frac{L_\nu(\nu_{\rm em})}{4\pi D_L^2}$$

$$m_{\rm B} = -2.5\ log_{10}\left(\frac{L_\nu^{\rm em}\left[\nu_{\rm B}(1+z)\right](1+z)}{4\pi D_L^2}\right) + C$$

$$m_{\rm B} = -2.5\ log_{10}\left(\frac{L_\nu^{\rm em}\left[\nu_{\rm B}\right]}{4\pi D_L^2}\right) + C - 2.5\ log_{10}\left((1+z)\frac{L_\nu^{\rm em}\left[\nu_{\rm B}(1+z)\right]}{L_\nu^{\rm em}\left[\nu_{\rm B}\right]}\right)$$

$$K(z) = -2.5\ log_{10}\left((1+z)\frac{L_\nu^{\rm em}\left[\nu_{\rm B}(1+z)\right]}{L_\nu^{\rm em}\left[\nu_{\rm B}\right]}\right)$$

Equations utiles

Luminosité (W) L = énergie (J) / temps (s) = dE/dt
unité de luminosité, la luminosité solaire: $L_\odot = 3.826 \times 10^{26}$ W $= 3.826 \times 10^{33}$ erg.s^{-1}
Luminosité monochromatique: L_ν (W.Hz-1)= L/ν
Flux (W.m^{-2}): $F = L/4\pi r^2$
densité de flux (W.m^{-2}.Hz^{-1}) F_ν = Flux(W.m^{-2}) / ν(Hz) = $L/4\pi r^2\nu$
unité de densité de flux, le Jansky: 1 Jy = 10^{-26} W.m^{-2}.Hz^{-1}

magnitude apparente: $m = -2.5 \log_{10}(F/F_0) = -2.5 \log_{10}(F) + C$
magnitude absolue: $M = m - 5 \log_{10}(d(pc)/10pc)$ où d= distance de l'objet
M = magnitude apparente de l'objet s'il était situé à 10 pc de nous
$F_\nu = k \times 10^{-0.4m}$

Filtre	λ_0 (Å)	$d\lambda/\lambda = d\nu/\nu$	k (W.m^{-2}.Hz^{-1})
U (Johnson)	3660 Å	0.19	1.81×10^{-23}
B (Johnson)	4400 Å	0.22	4.26×10^{-23}
V (Johnson)	5530 Å	0.15	3.64×10^{-23}
R (Johnson)	6930 Å	0.309	2.89×10^{-23}
I (Johnson)	8785 Å	0.196	2.28×10^{-23}
J (ESO)	1.244 μm	0.19	1.59×10^{-23}
H (ESO)	1.634 μm	0.22	1.06×10^{-23}
V (ESO)	2.190 μm	0.15	6.60×10^{-24}
L (ESO)	3.770 μm	0.15	2.54×10^{-24}

voir le fichier suivant pour une liste plus complète: http://nedwww.ipac.caltech.edu/help/photoband.lst

Constantes astrophysiques

Gravitational constant	$G = 6.67390\times10^{-8}$ cm^3 gm^{-1}sec^{-2},$\times10^{-11}$ m^3 kg^{-1}sec^{-2}
Boltzmann constant	$k = 1.380658\times10^{-16}$ erg K^{-1},$\times10^{-23}$ joule K^{-1}
Stefan-Boltzmann constant	$\sigma = 5.67051\times10^{-5}$ erg sec^{-1} cm^{-2} K^{-4},$\times10^{-8}$ joule sec^{-1} m^{-2} K^{-4}
Planck constant	$h = 6.6260755\times10^{-27}$ erg sec,$\times10^{-34}$ joule sec
Speed of light	$c = 2.99792458\times10^{10}$ cm sec^{-1},$\times10^{8}$ m sec^{-1}
Electron mass	$m_e = 9.1093897\times10^{-28}$ gm,$\times10^{-31}$ kg
Proton mass	$m_p = 1.6726231\times10^{-24}$ gm,$\times10^{-27}$ kg
Neutron mass	$m_n = 1.674929\times10^{-24}$ gm,$\times10^{-27}$ kg
Hydrogen mass	$m_H = 1.673534\times10^{-24}$ gm,$\times10^{-27}$ kg
Atomic mass unit	$u = 1.6605402\times10^{-24}$ gm,$\times10^{-27}$ kg
Quantum of electric charge, cgs	$e = 4.803206\times10^{-10}$ esu
Quantum of electric charge, SI	$e = 1.60217733\times10^{-19}$ coul
Earth mass	$M_\oplus = 5.97223\times10^{27}$gm,$\times10^{24}$kg
Earth radius	$R_\oplus = 6.378\times10^{8}$cm,$\times10^{6}$m
Earth solar day	Day = 86400 sec
Earth sidereal year	$P_\oplus$ = yr = 3.155815×10^{7} sec
Astronomical unit	$AU = 1.4960\times10^{13}$ cm,$\times10^{11}$ m
Solar mass	$M_\odot = 1.98843\times10^{33}$gm, $\times10^{30}$kg
Solar radius	$R_\odot = 6.9599\times10^{10}$ cm, $\times10^{8}$ m
Solar effective temperature	$T_{e\odot} = 5800$ K
Solar luminosity	$L_\odot = 3.826\times10^{33}$ erg sec^{-1}, $\times10^{26}$ watt
Solar apparent bolometric magnitude	$m_S = -26.82$
Solar absolute bolometric magnitude	$M_S = 4.75$
Light year	ly = 9.4605×10^{17} cm, $\times10^{15}$ m
Parsec	pc = 3.0857×10^{18}cm, $\times10^{16}$m = 3.2616 ly
Hubble constant	$H_0 = 65$ km sec^{-1} Mpc^{-1} = 20 km sec^{-1} Mly^{-1}

Dimensions du système S.I.

Basic units

Quantity	Unit	Sym.
Length	metre	m
Mass	kilogram	kg
Time	second	s
Therm. temp.	kelvin	K
Electr. current	ampere	A
Luminous intens.	candela	cd
Amount of subst.	mol	mol

Extra units

Plane angle	radian	rad
solid angle	sterradian	sr

Derived units with special names

Quantity	Unit	Sym.	Derivation
Frequency	hertz	Hz	s^{-1}
Force	newton	N	$kg \cdot m \cdot s^{-2}$
Pressure	pascal	Pa	$N \cdot m^{-2}$
Energy	joule	J	$N \cdot m$
Power	watt	W	$J \cdot s^{-1}$
Charge	coulomb	C	$A \cdot s$
El. Potential	volt	V	$W \cdot A^{-1}$
El. Capacitance	farad	F	$C \cdot V^{-1}$
El. Resistance	ohm	Ω	$V \cdot A^{-1}$
El. Conductance	siemens	S	$A \cdot V^{-1}$
Mag. flux	weber	Wb	$V \cdot s$
Mag. flux density	tesla	T	$Wb \cdot m^{-2}$
Inductance	henry	H	$Wb \cdot A^{-1}$
Luminous flux	lumen	lm	$cd \cdot sr$
Illuminance	lux	lx	$lm \cdot m^{-2}$
Activity	bequerel	Bq	s^{-1}
Absorbed dose	gray	Gy	$J \cdot kg^{-1}$
Dose equivalent	sievert	Sv	$J \cdot kg^{-1}$

Prefixes

yotta	Y	10^{24}	giga	G	10^{9}	deci	d	10^{-1}	pico	p	10^{-12}
zetta	Z	10^{21}	mega	M	10^{6}	centi	c	10^{-2}	femto	f	10^{-15}
exa	E	10^{18}	kilo	k	10^{3}	milli	m	10^{-3}	atto	a	10^{-18}
peta	P	10^{15}	hecto	h	10^{2}	micro	μ	10^{-6}	zepto	z	10^{-21}
tera	T	10^{12}	deca	da	10	nano	n	10^{-9}	yocto	y	10^{-24}

Constantes physiques

Name	Symbol	Value	Unit
Number π	π	3.14159265358979323846	
Number e	e	2.71828182845904523536	
Euler's constant	$\gamma = \lim_{n\to\infty}\left(\sum_{k=1}^{n} 1/k - \ln(n)\right)$	0.5772156649	
Elementary charge	e	$1.60217733 \cdot 10^{-19}$	C
Gravitational constant	G, κ	$6.67259 \cdot 10^{-11}$	$m^3kg^{-1}s^{-2}$
Fine-structure constant	$\alpha = e^2/2hc\varepsilon_0$	$\approx 1/137$	
Speed of light in vacuum	c	$2.99792458 \cdot 10^{8}$	m/s (def)
Permittivity of the vacuum	ε_0	$8.854187 \cdot 10^{-12}$	F/m
Permeability of the vacuum	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7}$	H/m
$(4\pi\varepsilon_0)^{-1}$		$8.9876 \cdot 10^{9}$	Nm^2C^{-2}
Planck's constant	h	$6.6260755 \cdot 10^{-34}$	Js
Dirac's constant	$\hbar = h/2\pi$	$1.0545727 \cdot 10^{-34}$	Js
Bohr magneton	$\mu_B = e\hbar/2m_e$	$9.2741 \cdot 10^{-24}$	Am^2
Bohr radius	a_0	0.52918	Å
Rydberg's constant	Ry	13.595	eV
Electron Compton wavelength	$\lambda_{Ce} = h/m_e c$	$2.2463 \cdot 10^{-12}$	m
Proton Compton wavelength	$\lambda_{Cp} = h/m_p c$	$1.3214 \cdot 10^{-15}$	m
Reduced mass of the H-atom	μ_H	$9.1045755 \cdot 10^{-31}$	kg
Stefan-Boltzmann's constant	σ	$5.67032 \cdot 10^{-8}$	$Wm^{-2}K^{-4}$
Wien's constant	k_W	$2.8978 \cdot 10^{-3}$	mK
Molar gasconstant	R	8.31441	$J{\cdot}mol^{-1}{\cdot}K^{-1}$
Avogadro's constant	N_A	$6.0221367 \cdot 10^{23}$	mol^{-1}
Boltzmann's constant	$k = R/N_A$	$1.380658 \cdot 10^{-23}$	J/K
Electron mass	m_e	$9.1093897 \cdot 10^{-31}$	kg
Proton mass	m_p	$1.6726231 \cdot 10^{-27}$	kg
Neutron mass	m_n	$1.674954 \cdot 10^{-27}$	kg
Elementary mass unit	$m_u = \frac{1}{12}m(^{12}_{6}C)$	$1.6605656 \cdot 10^{-27}$	kg
Nuclear magneton	μ_N	$5.0508 \cdot 10^{-27}$	J/T
Diameter of the Sun	$D_\odot$	$1392 \cdot 10^{6}$	m
Mass of the Sun	$M_\odot$	$1.989 \cdot 10^{30}$	kg
Rotational period of the Sun	$T_\odot$	25.38	days
Radius of Earth	R_A	$6.378 \cdot 10^{6}$	m
Mass of Earth	M_A	$5.976 \cdot 10^{24}$	kg
Rotational period of Earth	T_A	23.96	hours
Earth orbital period	Tropical year	365.24219879	days
Astronomical unit	AU	$1.4959787066 \cdot 10^{11}$	m
Light year	lj	$9.4605 \cdot 10^{15}$	m
Parsec	pc	$3.0857 \cdot 10^{16}$	m
Hubble constant	H	$\approx (75 \pm 25)$	$km{\cdot}s^{-1}{\cdot}Mpc^{-1}$